

# Άλγεβρα Α' Λυκείου

## Ταυτότητες-Παραγοντοποίηση

### Συμπληρωματικές Ασκήσεις

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

2 Δεκεμβρίου 2012

1. Γνωρίζουμε την ταυτότητα:

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2.$$

Να αποδείξετε ότι:

(α)

$$(-\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2,$$

θέτοντας στη θέση του  $x$  το  $-\alpha$  και στη θέση του  $y$  το  $-\beta$ ,

(β)

$$(\alpha + \beta + \gamma)^2 = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + 2\alpha\beta + 2\alpha\gamma + 2\beta\gamma,$$

θέτοντας στη θέση του  $x$  το  $(\alpha + \beta)$  και στη θέση του  $y$  το  $\gamma$ .

Επίσης, να αναπτύξετε το  $(\alpha - \beta - \gamma)^2$ .

2. Να αποδείξετε ότι:

(α)

$$\alpha^2 + \beta^2 - (\alpha - \beta)^2 = 2\alpha\beta$$

(β)

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$$

(γ)

$$\left(\frac{\alpha^2 + 1}{2}\right)^2 = \alpha^2 + \left(\frac{\alpha^2 - 1}{2}\right)^2.$$

3. Να γραφούν ως γινόμενο παραγόντων οι παραστάσεις:

(α)  $3x^2y - 6xy$ ,

(β)  $\alpha x + \beta y + \alpha y + \beta x$ ,

(γ)  $10x^3 - 6y^3 + 4xy^2 - 15x^2y$ ,

(δ)  $9x^2 - (x - 2)^2$ ,

(ε)  $x^4 - 1$ .

4. Να γραφούν ως γινόμενο παραγόντων οι παραστάσεις:

(α)  $x^3 - 1$ ,

(β)  $x^3 + 1$ ,

(γ)  $x^6 - 1$ .

Να αποδείξετε ότι το  $10^6 - 1$  είναι πολλαπλάσιο του 11.

5. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

(α)  $\frac{x^3 - 8x^2 + 16x}{x^2 - 4x}$ ,

(β)  $\frac{(x-3)(x-2) - (3-x)(x-1)}{2x-3}$ ,

(γ)  $\frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^2 - 2x + 1}$ ,

(δ)  $\left(x + \frac{y^2}{x-y}\right) \cdot \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x^3 + y^3}$ .