

# Μαθηματικά Κατεύθυνσης Β' Λυκείου

## Διαγώνισμα Α' Τετραμήνου

Συντεταγμένες Διανύσματος-Εσωτερικό Γινόμενο

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κασίπης

19 Δεκεμβρίου 2012

### ΘΕΜΑ Α.

**A1.** Να αποδείξετε ότι αν ορίζονται οι συντελεστές διεύθυνσης  $\lambda_1, \lambda_2$  των  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  αντίστοιχα, τότε ισχύει:

$$\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \lambda_2 = -1.$$

**Μονάδες 20**

**A2.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

i. Για κάθε διάνυσμα  $\vec{\alpha}$  ισχύει ότι  $\vec{\alpha}^2 = |\vec{\alpha}|^2$ .

ii. Αν τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$  είναι ομόρροπα, τότε:  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = |\vec{\alpha}| |\vec{\beta}|$ .

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β.** Δίνονται τα σημεία A (3, 2), B (1, -2) και Γ (5, -2).

**B1.** Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, B και Γ ορίζουν τρίγωνο.

**Μονάδες 10**

**B2.** Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές.

**Μονάδες 10**

**B3.** Αν Μ είναι το μέσο του ΒΓ, να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος  $\vec{AM}$ .

**Μονάδες 10**

**B4.** Να αποδείξετε ότι  $\vec{AM} \perp \vec{BG}$ .

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Γ.** Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  με  $|\vec{\alpha}| = 1, |\vec{\beta}| = 4$  και  $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$ .

Εστω,  $\vec{u} = 4\vec{\alpha} + \vec{\beta}$  και  $\vec{v} = 2\vec{\alpha} - \vec{\beta}$ .

**Γ1.** Να υπολογίσετε

i. το εσωτερικά γινόμενο  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$  και  $\vec{u} \cdot \vec{v}$ ,

ii. τα μέτρα των διανυσμάτων  $\vec{u}$  και  $\vec{v}$ ,

iii. τη γωνία των διανυσμάτων  $\vec{u}$  και  $\vec{v}$ .

**Μονάδες 24**

**Γ2.** Να βρείτε την προβολή του διανύσματος  $\vec{u}$  πάνω στο  $\vec{\alpha}$ .

**Μονάδες 6**

*Καλή Επιτυχία!*