

Άλγεβρα Α' Λυκείου
Επαναληπτικό Φυλλάδιο
 Κεφάλαιο Πραγματικών Αριθμών

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

20 Δεκεμβρίου 2012

1. Να αποδείξετε ότι:

$$(α) \frac{x^2 y^3}{(x^3 y)^2} \cdot \frac{(x^2 y)^3}{(x^{-2} y)^{-1}} = y^5,$$

$$(β) \left(\frac{x^2}{y}\right)^3 : \left(-\frac{y}{x^3}\right)^{-2} = \frac{1}{y}.$$

2. Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

$$(α) \frac{x^3 - x}{x^3 + 2x^2 + x},$$

$$(γ) \frac{\frac{1}{1+x} + \frac{x}{1-x}}{\frac{1}{1-x} - \frac{x}{1+x}}.$$

$$(β) \frac{x^3 + 1}{x^3 - x^2 + x}.$$

3. Να αποδείξετε ότι:

$$(α) \frac{x^3 - y^3}{x^2 - y^2} : \left(\frac{x^2}{x+y} + y\right) = 1,$$

$$(β) \left(\frac{x(x+1)}{2}\right)^2 - \left(\frac{x(x-1)}{2}\right)^2 = x^3.$$

Με τη χρήση της δεύτερης ταυτότητας να γράψετε το 19^3 ως διαφορά των τετραγώνων δύο ακέραιων αριθμών .

4. Αν $0 < \beta < \alpha$, να αποδείξετε ότι:

$$(α) \alpha > \frac{3\alpha + 4\beta}{7}$$

$$(β) \frac{\alpha}{\beta} > \frac{3\alpha + 1}{3\beta + 1}.$$

5. Να αποδείξετε ότι αν $\alpha + \beta > 0$, τότε:

$$\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha + \beta} \geq \frac{\alpha + \beta}{2}.$$

6. Αν α, β θετικοί πραγματικοί αριθμοί, να αποδείξετε ότι:

$$(α) \alpha + \frac{1}{\alpha} \geq 2,$$

$$(β) \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} \geq 2.$$

7. Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς x, y για τους οποίους ισχύει ότι:

$$(α) (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 0,$$

$$(β) x^2 + y^2 + 4x - 6y + 13 = 0.$$

8. Αν $2 < x < 5$, να γράψετε χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής τις παρακάτω παραστάσεις:

$$(α) A = |x - 2| - |x - 5|$$

$$(β) B = \frac{|2 - x|}{2 - x} + \frac{|x - 5|}{x - 5}.$$

9. Αν $-3 < x < 3$, να γράψετε χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής τις παρακάτω παραστάσεις:

$$(α) A = |3 - x| - |3 + x|,$$

$$(γ) \Gamma = |-x + 3| + |-x - 3|,$$

$$(β) B = |x - 4| - |x + 4|,$$

$$(δ) \Delta = |2x - 6| - |-2x + 6|.$$

10. Αν $x, y \neq 0$, να βρείτε τις τιμές που μπορούν να πάρουν οι παραστάσεις

$$(α) A = \left| \frac{x}{|x|} \right|,$$

$$(β) B = \frac{|x|}{x} - \frac{|y|}{y}.$$

11. Αν $-3 < x < 2$ και $1 < y < 3$, να αποδείξετε ότι:

$$|x + y + 2| + |2x - y - 3| + x - 2y = 5.$$

Καλά και ευτυχισμένα Χριστούγεννα!