

Μαθηματικά Κατεύθυνσης Β' Λυκείου

Γενική Μορφή Εξίσωσης Ευθείας

Συμπληρωματικές Ασκήσεις

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπής

31 Ιανουαρίου 2013

1. Δίνεται η εξίσωση:

$$\lambda(x + y - 1) + 2x - y - 1 = 0, \lambda \in \mathbb{R}. \quad (1)$$

(α) Να αποδείξετε ότι για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση παριστάνει ευθεία γραμμή που διέρχεται από σταθερό σημείο, του οποίου να προσδιορίσετε τις συντεταγμένες.

(β) Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού λ , για τις οποίες η ευθεία που ορίζεται από την εξίσωση (1),

- i. είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$,
- ii. είναι παράλληλη στον άξονα $y'y$,
- iii. διέρχεται από το σημείο $A(1, -1)$,
- iv. σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία 45° ,
- v. είναι παράλληλη στην ευθεία $\eta : -2x + y - 1 = 0$.

(γ) Να αποδείξετε ότι η ευθεία $\zeta : x + y + 1 = 0$, δεν ανήκει στην οικογένεια των ευθειών που ορίζονται από την εξίσωση (1).

2. Δίνονται οι ευθείες

$$\varepsilon_1 : \lambda x + (\lambda - 2)y + 8 = 0 \text{ και } \varepsilon_2 : (\lambda - 1)x + \lambda y + \lambda = 0, \lambda \in \mathbb{R}.$$

Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού λ , ώστε:

- (α) οι ε_1 και ε_2 να τέμνονται, (γ') $\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2$.
- (β) $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$,

3. Δίνονται οι ευθείες

$$\varepsilon_1 : \lambda x + (\lambda + 1)y + 1 = 0 \text{ και } \varepsilon_2 : x + 2y - \lambda + 2 = 0, \lambda \in \mathbb{R}.$$

(α) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες τέμνονται για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

(β) Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο του σημείου τομής των δύο ευθειών.

4. Δίνεται η εξίσωση:

$$x^2 - y^2 - 4\lambda y - 2\lambda x - 3\lambda^2 = 0, \lambda \in \mathbb{R}.$$

- (α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση παριστάνει δύο ευθείες κάθετες μεταξύ τους.
(β) Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο του σημείου τομής των δύο ευθειών.

5. Οι συντεταγμένες δύο πλοίων Π_1 , Π_2 είναι $\Pi_1(t - 1, 2t - 3)$ και $\Pi_2(t + 1, t + 2)$ για κάθε χρονική στιγμή t ($t > 0$).

- (α) Όταν το Π_1 έχει συντεταγμένες $(4, 7)$, ποιες είναι οι συντεταγμένες του Π_2 ;
(β) Να βρείτε την απόσταση των δύο πλοίων τη χρονική στιγμή $t = 5$.
(γ) Να βρείτε τις εξισώσεις των γραμμών πάνω στις οποίες κινούνται τα δύο πλοία.
(δ) Να αποδείξετε ότι οι πορείες των δύο πλοίων συναντιούνται και να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου.
(ε) Να εξετάσετε αν συναντιούνται τα δύο πλοία.

6. Δίνεται η εξίσωση:

$$x^2 + 2xy - 2x - 3y^2 - 2y + 1 = 0.$$

- (α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση παριστάνει 2 ευθείες ε_1 και ε_2 .
(β) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται και να βρείτε το σημείο τομής τους.