

# Γεωμετρία Β' Λυκείου

## Εμβαδά

### Συμπληρωματικές Ασκήσεις

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

11 Φεβρουαρίου 2013

### Ερωτήσεις Κατανόησης

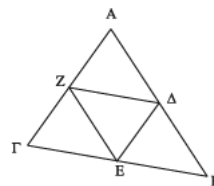
- Ένας ρόμβος και ένα τετράγωνο έχουν την ίδια περίμετρο. Ποιο έχει το μεγαλύτερο εμβαδόν;
- Τετράγωνο και ισόπλευρο τρίγωνο έχουν την ίδια περίμετρο. Ποιο έχει το μεγαλύτερο εμβαδόν;
- Σε τρίγωνο διπλασιάζουμε το ύψος και τριπλασιάζουμε τη βάση. Πώς θα μεταβληθεί το εμβαδόν;
- Αν η πλευρά ενός τετραγώνου αυξηθεί κατά 4m το εμβαδόν του αυξάνεται κατά  $136 \text{ m}^2$ . Να βρεθεί η πλευρά του τετραγώνου αυτού.
- Σε κυρτό τετράπλευρο φέρουμε τις διαγωνίους και ενώνουμε τα μέσα των τεσσάρων τμημάτων τους στα οποία χωρίζονται από το σημείο τομής τους. Σχηματίζεται ένα νέο τετράπλευρο. Να βρείτε τη σχέση που υπάρχει μεταξύ των εμβαδών αυτού και του αρχικού.
- Το γινόμενο των δύο πλευρών τριγώνου είναι διπλάσιο του εμβαδού. Πόσο είναι το μέτρο της περιεχόμενης γωνίας τους;
- Αμβλυγώνιο και οξυγώνιο τρίγωνο έχουν ίσες μια προς μια τις πλευρές της οξείας και αμβλείας γωνίας και επιπλέον ίσα εμβαδά. Ποια η σχέση μεταξύ της αμβλείας και οξείας γωνίας;
- Σε τρίγωνο  $ΑΒΓ$  είναι  $\beta = 3\gamma$ . Τι σχέση έχουν τα ύψη  $υ_\beta$  και  $υ_\gamma$ ;
- Να αποδείξετε ότι οι 3 διάμεσοι ενός τριγώνου το χωρίζουν σε έξι ισοδύναμα τρίγωνα.

### Ασκήσεις

- Έστω τρίγωνο  $ΑΒΓ$  και  $\Delta, E, Z$  τα μέσα των πλευρών  $ΑΒ, ΒΓ$  και  $ΓΑ$ , αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

$$(\alpha) (\Delta EZ) = (ZΓE)$$

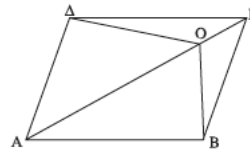
$$(\beta) (\Delta EZ) = \frac{1}{4} (ΑΒΓ)$$



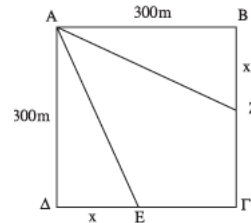
- Έστω παραλληλόγραμμο  $ΑΒΓΔ$ . Αν τα σημεία  $M$  και  $N$  χωρίζουν τη διαγώνιο  $ΒΔ$  σε τρία ίσα μέρη ( $\Delta M = MN = NB$ ), να αποδείξετε ότι:

- (α) το τετράπλευρο ΑΜΓΝ είναι παραλληλόγραμμο,  
 (β)  $(AMGN) = \frac{1}{3} (ABΓΔ)$ .

3. Δίνεται ένα παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και έστω Ο σημείο της διαγωνίου του ΑΓ. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΟΑΒ και ΟΑΔ είναι ισοδύναμα.

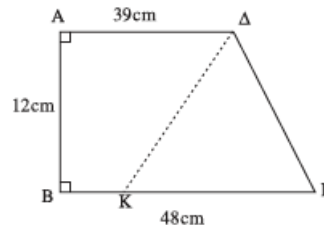


4. Τετραγωνικός αγρός με πλευρά 300m χωρίζεται σε τρία ισεμβαδικά οικόπεδα, όπως στο διπλανό σχήμα. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και τις διαστάσεις κάθε οικόπεδου.



5. Δίνεται το ορθογώνιο τραπέζιο ΑΒΓΔ του διπλανού σχήματος.

- (α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του και την περίμετρο του.  
 (β) Αν η ΔΚ χωρίζει το τραπέζιο ΑΒΓΔ σε δύο ισοδύναμα σχήματα ΑΒΚΔ και ΚΓΔ, να υπολογίσετε τα μήκη ΒΚ και ΚΓ.



6. Αν το άθροισμα των διαγωνίων ενός ρόμβου ΑΒΓΔ είναι 14cm και η περίμετρος του 20cm, να βρείτε

- (α) το εμβαδόν του (β) το ύψος του ρόμβου του από την κορυφή Α.

7. Οι διαγώνιοι ενός κυρτού τετραπλεύρου τέμνονται στο Ο και σχηματίζουν γωνία  $\widehat{AOΔ} = 30^\circ$ . Να αποδείξετε ότι:

(α)  $(AOΔ) = \frac{1}{4} OΔ \cdot OΑ$   
 (β)  $(ABΓΔ) = \frac{1}{4} ΑΓ \cdot ΔΒ$ .

8. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με εμβαδόν  $E = 84cm^2$  και περίμετρο  $\Pi = 42cm$ . Στις προεκτάσεις των πλευρών ΒΑ και ΓΑ, προς το μέρος του Α, παίρνουμε αντίστοιχα τα σημεία Δ και Ζ έτσι ώστε  $AΔ = \frac{3}{4} AB$  και  $AZ = \frac{1}{3} ΑΓ$ .

- (α) Να αποδείξετε ότι  $(AΔZ) = 21cm^2$  και  $(ABZ) = 28cm^2$ .  
 (β) Να βρείτε την ακτίνα του εγγεγραμμένου κύκλου  $(O, \rho)$  του τριγώνου ΑΒΓ.

- 9\*. Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ να αποδείξετε ότι:

$$v_\alpha + v_\beta + v_\gamma \geq 9\rho,$$

όπου  $\rho$  η ακτίνα του εγγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου.  
 Πότε ισχύει η ισότητα;