

Γεωμετρία Α΄ Λυκείου
Εφαρμογές παραλληλογράμμων
στα τρίγωνα
Συμπληρωματικές Ασκήσεις

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

1 Απριλίου 2013

- 1.** Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ παίρνουμε σημείο O στο εσωτερικό του και τα μέσα Δ, E, Z των $OA, OB, O\Gamma$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι η περίμετρος του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι διπλάσια της περιμέτρου του τριγώνου ΔEZ .
- 2.** Να αποδείξετε ότι:
 - (α΄) τα μέσα των πλευρών ενός ορθογωνίου είναι κορυφές ρόμβου,
 - (β΄) τα μέσα των πλευρών ενός ρόμβου είναι κορυφές ορθογωνίου,
 - (γ΄) τα μέσα των πλευρών ενός τετραγώνου είναι κορυφές άλλου τετραγώνου.
- 3.** Να αποδείξετε ότι:
 - (α΄) τα μέσα των πλευρών ενός τετραπλεύρου με κάθετες διαγωνίους είναι κορυφές ορθογωνίου,
 - (β΄) τα μέσα των πλευρών ενός τετραπλεύρου με ίσες διαγωνίους είναι κορυφές ρόμβου,
 - (γ΄) τα μέσα των πλευρών ενός τετραπλεύρου με κάθετες και ίσες διαγωνίους είναι κορυφές τετραγώνου.
- 4.** Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ θεωρούμε τα σημεία Δ και E των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, τέτοια ώστε $B\Delta = \Gamma E$. Αν Z, H, Θ και I είναι τα μέσα των $B\Gamma, BE, \Delta E$ και $\Delta\Gamma$ αντίστοιχα, να δείξετε ότι το τετράπλευρο $ZH\Theta I$ είναι ρόμβος.