

Γενικά Επαναληπτικά Θέματα

Υποδείξεις-Απαντήσεις

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπίης

17 Μαΐου 2013

Θέμα 1ο. (α) $x = \frac{3}{2}$ ή $x = -\frac{1}{2}$

(β) $x \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$

Θέμα 2ο. (α) $x \in (3, 4)$

(β) $|x - 3| - |x - 4| - 2|x| = \dots = -7$

Θέμα 3ο. (α) $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$

(β) $A = \dots = |x - 1|$

(γ) $x \in (-1, 3)$

Θέμα 4ο. (α) $2x^2 - 5x + 3 = 0 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$ ή $x = 1$
 $x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x = 0$ ή $x = 1$

(β) $A = \mathbb{R} - \{0, 1\}$ και $f(x) = \dots = \frac{2x - 3}{x}$

(γ) Για $x \in A$, $f(x) = 2 \dots$ αδύνατη. Άρα, δεν υπάρχει τέτοιο σημείο.

Θέμα 5ο. (α) $x^5 - 81x = 0 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x = 0$ ή $x = -3$ ή $x = 3$

Θέμα 6ο. (α) $A = \mathbb{R}$

(β) $f(x) = 2 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x = 7$ ή $x = 3$

(γ) $f(x) < 2 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x \in (3, 7)$

Θέμα 7ο. (α) $A = \mathbb{R} - \{0, 1\}$

(β) $f(x) = x - 1$

(γ) Κοινό σημείο της C_f με τον άξονα $x'x$: ($f(x) = 0 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x = 1$), το σημείο $M(1, 0)$

Κοινό σημείο της C_f με τον άξονα $y'y$: Δεν υπάρχει διότι το 0 δεν ανήκει στο A .

Θέμα 8ο. (α) $A = [-7, 9]$

(β) Κοινά σημεία της C_f με τον άξονα $x'x$: ($f(x) = 0 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x = -7$ ή $x = 9$), τα σημεία $M(-7, 0)$ και $N(9, 0)$

Κοινό σημείο της C_f με τον άξονα $y'y$: ($f(0) = \dots = \sqrt{7}$) το σημείο $K(0, \sqrt{7})$

Θέμα 9ο. (α) $\Delta = \dots = (\lambda - 2)^2 \geq 0$, για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

(β) $\alpha = 2$

(γ) Τύποι του Vieta $x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 < 2 \Leftrightarrow x_1 x_2 (x_1 + x_2) < 2 \Leftrightarrow \dots$

Θέμα 10ο. (α) $\Delta > 0 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \lambda \in (-2, 2)$

(β1) $x_1 = 2, x_2 = -1$

(β2) $x^2 - 2x - 8 = 0$

Θέμα 11ο. (α) $A = [3, 5) \cup (5, +\infty)$

(β) Μόνο το σημείο A ανήκει στη γραφική παράσταση της f.

Θέμα 12ο. (α) $A = [-4, 4]$

(β) $f(A) = [-1, 2]$

(γ) $f(-3) = 2, f\left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{3}{2}, f(0) = -1$ και $f(1) = 0$

(δ) $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -4$ ή -1 ή 1 ή 4

$f(x) = 1 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$ ή -2 ή 2

$f(x) = -2$ αδύνατη, (δεν υπάρχει σημείο της C_f με τεταγμένη ίση με -2)

(ε) $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-4, -1) \cup (1, 4)$

$f(x) > 1 \Leftrightarrow x \in \left(-\frac{7}{2}, -2\right)$

Θέμα 13ο. (α) $M(1, -8) \in C_f \Leftrightarrow f(1) = -8 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \alpha = -5$

(β1) $f(x) = g(x) \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x = 4$ ή $x = 1$. Άρα, τα κοινά τους σημεία A (4, -5) και B (1, -8), ($f(4) = g(4) = -5$ και $f(1) = g(1) = -8$)

(β2) $f(x) < g(x) \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x \in (1, 4)$.

Θέμα 14ο. Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = x^2 - (\lambda + 1)x + \lambda - 2, \lambda \in \mathbb{R}$.

(α) $\Delta = \dots = \lambda^2 - 2\lambda + 9$. Άρα, $\Delta > 0 \Leftrightarrow \lambda^2 - 2\lambda + 9 > 0 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \lambda \in \mathbb{R}$.

(β) Τύποι του Vieta

(γ) Κοινά σημεία της C_f με τον άξονα $x'x$:

($f(x) = 0 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x = 0$ ή $x = 3$), τα σημεία M(3, 0) και O(0, 0)

Κοινό σημείο της C_f με τον άξονα $y'y$: ($f(0) = \dots = 0$) το σημείο O(0, 0).