

Γενικό Λύκειο Θήρας  
Γραπτές Προαγωγικές Εξετάσεις Μαΐου-Ιουνίου

Μαθηματικά Κατεύθυνσης Β Λυκείου

21 Μαΐου 2013

**ΘΕΜΑ Α**

- A1.** Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ ,  $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$  και  $\vec{\gamma} = (x_3, y_3)$ .  
Να αποδείξετε ότι:

$$\vec{\alpha} \cdot (\vec{\beta} + \vec{\gamma}) = \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} + \vec{\alpha} \cdot \vec{\gamma}.$$

**Μονάδες 8**

- A2.** Να γράψετε την εξίσωση του κύκλου που έχει κέντρο το σημείο  $K(x_0, y_0)$  και ακτίνα  $\rho$ .

**Μονάδες 3**

- A3.** Έστω  $E$  και  $E'$  δύο σημεία του επιπέδου. Τι ονομάζουμε έλλειψη με εστίες τα σημεία  $E$  και  $E'$ ;

**Μονάδες 4**

- A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- i. Αν για τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$  ισχύει ότι  $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$ , τότε  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -1$ .
- ii. Η ευθεία που διέρχεται από το σημείο  $A(\alpha, \beta)$  και είναι παράλληλη στον άξονα  $x'x$  έχει εξίσωση  $x = \alpha$ .
- iii. Η ευθεία με εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$ ,  $A \neq 0$  ή  $B \neq 0$ , είναι κάθετη στο διάνυσμα  $\vec{\delta} = (-A, -B)$ .
- iv. Αν  $A^2 + B^2 - 4\Gamma < 0$ , τότε η εξίσωση  $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ , παριστάνει κύκλο.
- v. Η εξίσωση της παραβολής με εστία  $E\left(\frac{p}{2}, 0\right)$  και διευθετούσα  $\delta : x = -\frac{p}{2}$  είναι  $y^2 = 2px$ .

**Μονάδες 5·2=10**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με κορυφές τα σημεία  $A(1, 3)$ ,  $B(-2, -7)$  και  $\Gamma(4, -1)$ .

- B1.** Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας στην οποία ανήκει το ύψος  $A\Delta$ .

**Μονάδες 9**

**B2.** Να βρείτε την απόσταση του σημείου Β από την πλευρά ΑΓ.

**Μονάδες 8**

**B3.** Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας στην οποία ανήκει η διάμεσος ΑΜ, όπου Μ το μέσο της πλευράς ΒΓ.

**Μονάδες 8**

### ΘΕΜΑ Γ

Έστω τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$ ,  $\vec{\beta}$  για τα οποία ισχύει ότι:

$$|\vec{\alpha}| = 2, \quad |\vec{\beta}| = 3 \quad \text{και} \quad \text{προβ}_{\vec{\alpha}} \vec{\beta} = \frac{3}{4} \vec{\alpha}.$$

**Γ1.** Να αποδείξετε ότι  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 3$ .

**Μονάδες 6**

**Γ2.** Να υπολογίσετε τη γωνία των διανυσμάτων  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$ .

**Μονάδες 6**

**Γ3.** Να υπολογίσετε το μέτρο του διανύσματος  $\vec{\nu} = \vec{\alpha} - \vec{\beta}$ .

**Μονάδες 6**

**Γ4.** Αν το διάνυσμα  $\vec{u} = (\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}) \vec{\alpha} - \lambda \vec{\beta}$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ , είναι κάθετο στο  $\vec{\beta}$ , να βρείτε την τιμή του  $\lambda$ .

**Μονάδες 7**

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση:

$$x^2 + y^2 - 4\lambda x - 2\lambda y - 5 = 0, \quad \lambda \in \mathbb{R}. \quad (1)$$

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι για κάθε τιμή του  $\lambda$  η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο.

Να εκφράσετε συναρτήσει του  $\lambda$  το κέντρο και την ακτίνα του.

**Μονάδες 7**

**Δ2.** Να αποδείξετε ότι τα κέντρα των κύκλων που ορίζονται από την εξίσωση (1) βρίσκονται σε μια ευθεία, της οποίας να βρείτε την εξίσωση.

**Μονάδες 7**

**Δ3.** Να προσδιορίσετε την τιμή του  $\lambda$  για την οποία κύκλος που ορίζεται από την εξίσωση (1) εφάπτεται της ευθείας  $\epsilon : 2x + y + 1 = 0$ .

**Μονάδες 6**

**Δ4.** Να εξετάσετε αν υπάρχει τιμή του  $\lambda$  για την οποία ο κύκλος που ορίζεται από την εξίσωση (1) εφάπτεται στον άξονα  $x'x$ .

**Μονάδες 5**

*Σας ευχόμαστε επιτυχία!*

**Ο Διευθυντής**

**Οι Εισηγητές**