

# Μαθηματικά Κατεύθυνσης Β' Λυκείου

## Η Έννοια του Διανύσματος

### Πρόσθεση και Αφαίρεση Διανυσμάτων

#### Συμπληρωματικές Ασκήσεις

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

30 Σεπτεμβρίου 2013

1. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ), αιτιολογώντας την απάντησή σας.

(α) Για οποιαδήποτε διανύσματα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  με  $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}|$  ισχύει ότι  $\vec{\alpha} = \vec{\beta}$ .

(β) Δύο αντίρροπα διανύσματα είναι συγγραμμικά.

(γ) Δύο αντίθετα διανύσματα έχουν τα ίδια μέτρα.

(δ) Αν  $|\vec{AM}| = |\vec{MB}|$ , τότε το Μ είναι απαραίτητα το μέσο του ΑΒ.

(ε) Αν  $\vec{AB} = \vec{\Delta\Gamma}$ , τότε θα ισχύει ότι  $\vec{A\Delta} = \vec{B\Gamma}$

2. Δίνεται ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και Ο το σημείο τομής των διαγωνίων του. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ), αιτιολογώντας την απάντησή σας.

(α)  $\vec{A\Delta} = \vec{\Gamma B}$ .

(γ)  $\vec{\Delta B} \uparrow \vec{\Delta O}$ .

(ε)  $|\vec{\Delta O}| = |\vec{O\Gamma}|$ .

(β)  $\vec{A O} = \vec{O\Gamma}$ .

(δ)  $\vec{A\Gamma} = \vec{\Delta B}$ .

3. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με  $\hat{A} = 80^\circ$ . Να βρείτε τις παρακάτω γωνίες:

(α)  $(\widehat{\vec{\Gamma B}, \vec{\Gamma \Delta}})$ .

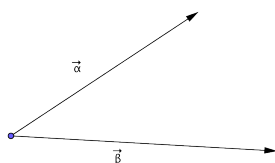
(γ)  $(\widehat{\vec{A\Delta}, \vec{\Gamma \Delta}})$ .

(ε)  $(\widehat{\vec{B A}, \vec{\Gamma \Delta}})$ .

(β)  $(\widehat{\vec{A B}, \vec{B \Gamma}})$ .

(δ)  $(\widehat{\vec{B \Gamma}, \vec{\Delta A}})$ .

4. (α) Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$ .



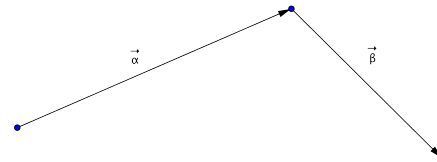
Να σχεδιάσετε τα διανύσματα:

$$\vec{\gamma} = \vec{\alpha} + \vec{\beta}, \quad \vec{\delta} = \vec{\alpha} - \vec{\beta},$$

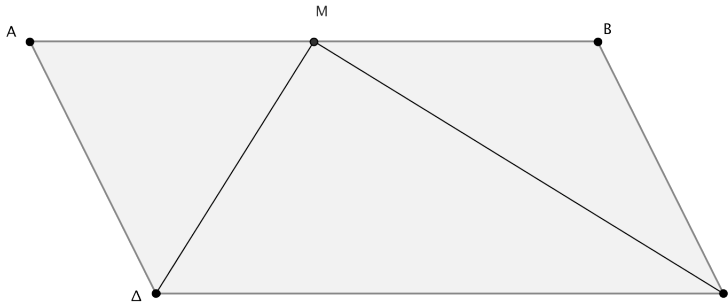
$$\vec{\epsilon} = -\vec{\alpha} - \vec{\beta} \quad \text{και} \quad \vec{\zeta} = -\vec{\alpha} + \vec{\beta}.$$

Τι παρατηρείτε για τα διανύσματα  $\vec{\gamma}$  και  $\vec{\epsilon}$  και για τα διανύσματα  $\vec{\delta}$  και  $\vec{\zeta}$ ;

(β) Να κάνετε το ίδιο όπως στο ερώτημα (α), για τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$  που δίνονται στο διπλανό σχήμα.



5. Δίνεται το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και το σημείο Μ είναι το μέσο της πλευράς ΑΒ.



Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση σε κάθε μια από τις παρακάτω ερωτήσεις :

(α) Το διάνυσμα  $\vec{DA} + \vec{DC}$  είναι ίσο με :

- A.**  $\vec{DB}$                       **B.**  $\vec{CA}$                       **Γ.**  $\vec{AC}$                       **Δ.**  $\vec{DM}$

(β) Το διάνυσμα  $\vec{DC} - \vec{DA}$  είναι ίσο με :

- A.**  $\vec{DB}$                       **B.**  $\vec{CA}$                       **Γ.**  $\vec{AC}$                       **Δ.**  $\vec{DM}$

(γ) Το διάνυσμα  $\vec{CB} + \vec{CM}$  είναι ίσο με :

- A.**  $\vec{MC}$                       **B.**  $\vec{DM}$                       **Γ.**  $\vec{MD}$                       **Δ.**  $\vec{CM}$

6. Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε σημεία Α, Β, Γ και Δ ισχύει ότι :

$$\vec{AD} + \vec{BC} = \vec{AC} + \vec{BD}.$$

7. Αν ισχύει η σχέση :

$$\vec{CA} + \vec{CB} = \vec{CD} + \vec{CD},$$

τότε τα σημεία Δ και Γ ταυτίζονται.

8. Δίνεται τετράπλευρο ΑΒΓΔ τέτοιο ώστε :

$$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}.$$

Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.