

# Μαθηματικά Κατεύθυνσης Β' Λυκείου

## Πολλαπλασιασμός Αριθμού με Διάνυσμα

### Συμπληρωματικές Ασκήσεις

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

14 Οκτωβρίου 2013

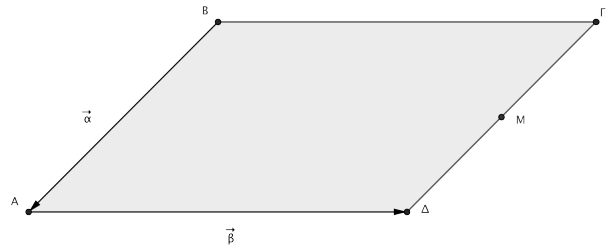
1. Αν για τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$  ισχύει ότι:

$$\vec{\alpha} = |\vec{\alpha}| \cdot \vec{\beta} \text{ και } \vec{\beta} = |\vec{\beta}| \cdot \vec{\alpha},$$

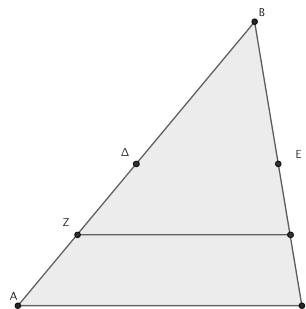
να αποδείξετε ότι  $\vec{\alpha} = \vec{\beta}$ .

2. Αν για τα μη συγγραμμικά διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$  ισχύει ότι  $\kappa \vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta}$ ,  $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$ , να αποδείξετε ότι  $\kappa = \lambda = 0$ .

3. Στο παραλληλόγραμμο  $AB\Gamma\Delta$  είναι:  $\vec{BA} = \vec{\alpha}$ ,  $\vec{AD} = \vec{\beta}$  και  $M$  το μέσο της  $\Gamma\Delta$ . Να γράψετε ως γραμμικό συνδυασμό των διανυσμάτων  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$  τα διανύσματα:  $\vec{AG}$ ,  $\vec{BD}$ ,  $\vec{BM}$  και  $\vec{AM}$ .

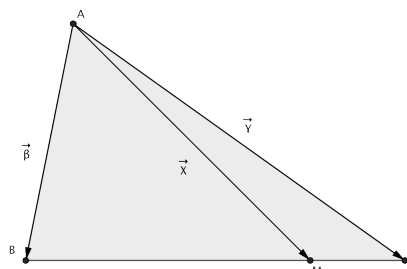


4. Στο τρίγωνο  $AB\Gamma$ , τα σημεία  $\Delta$ ,  $E$  είναι τα μέσα των  $AB$  και  $A\Gamma$  και τα σημεία  $Z$ ,  $H$  είναι τα μέσα των  $A\Delta$  και  $\Gamma E$ . Να αποδείξετε ότι  $\vec{ZH} = \frac{3}{4}\vec{A\Gamma}$ .



5. Στο διπλανό σχήμα είναι  $BM = 3M\Gamma$ . Να αποδείξετε ότι

$$\vec{x} = \frac{1}{4} (\vec{\beta} + 3\vec{\gamma}).$$



6. Έστω τα διανύσματα :

$$\vec{OA} = \vec{\alpha} + \vec{\beta} - \vec{\gamma}, \vec{OB} = 2\vec{\alpha} + 3\vec{\beta} + \vec{\gamma} \text{ και } \vec{OG} = 3\vec{\alpha} + 5\vec{\beta} + 3\vec{\gamma}.$$

Να αποδείξετε ότι το Β είναι το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος ΑΓ.

7. Για τα σημεία Α, Β, Γ και Μ ισχύει ότι

$$\vec{AM} = \frac{1}{2} (\vec{AB} + \vec{AG}).$$

Να αποδείξετε ότι το σημείο Μ είναι το μέσο του ΒΓ.

8. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και τα σημεία Ε και Ζ, τέτοια ώστε :

$$\vec{AE} = \vec{BA} \text{ και } \vec{GZ} = \vec{BG}.$$

Να αποδείξετε ότι τα σημεία Δ, Ε και Ζ είναι συνευθειακά.

9. Έστω τρίγωνο ΑΒΓ και τα σημεία Δ, Ε, Ζ τέτοια ώστε :

$$\vec{AD} = \frac{1}{3}\vec{AB}, \vec{GE} = \frac{1}{3}\vec{BG} \text{ και } \vec{AZ} = \frac{2}{3}\vec{AG}.$$

(α) Να εκφράσετε τα διανύσματα  $\vec{DE}$  και  $\vec{DZ}$  συναρτήσει των διανυσμάτων  $\vec{AB}$  και  $\vec{AG}$ .

(β) Να αποδείξετε ότι τα σημεία Δ, Ε και Ζ είναι συνευθειακά.

10. Αν  $2\vec{PA} + 3\vec{PB} - 5\vec{PG} = \vec{0}$ , να αποδείξετε ότι τα σημεία Α, Β και Γ είναι συνευθειακά.

11. Έστω παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και Ο το κέντρο του.

(α) Να αποδείξετε ότι  $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OG} + \vec{OD} = \vec{0}$ .

(β) Να αποδείξετε ότι για οποιοδήποτε σημείο Μ του επιπέδου ισχύει ότι  $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MG} + \vec{MD} = 4\vec{MO}$ .

12. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και Ε, Ζ τα μέσα των πλευρών ΓΔ και ΑΔ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι :

$$3\vec{BD} = 2\vec{BE} + 2\vec{BZ}.$$