

Μαθηματικά Κατεύθυνσης Γ' Λυκείου

Ολιγόλεπτη Γραπτή Δοκιμασία

Συναρτήσεις-Μονοτονία-Αντίστροφη Συνάρτηση

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπίης

7 Νοεμβρίου 2013

Θέμα Α

- A1.** Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σ' ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;
- A2.** Πότε μια συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ λέγεται συνάρτηση $1-1$;
- A3.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).
- i. Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και $-f$ είναι συμμετρικές ως προς τον άξονα y/y .
 - ii. Αν για δύο συναρτήσεις f και g ορίζονται οι $f \circ g$ και $g \circ f$, τότε είναι υποχρεωτικά $f \circ g \neq g \circ f$.
 - iii. Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A θα λέμε ότι παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ (ολικό) μέγιστο το $f(x_0)$ όταν $f(x) \leq f(x_0)$ για κάθε $x \in A$.
 - iv. Αν μια συνάρτηση f είναι $1-1$ στο πεδίο ορισμού της, τότε δεν υπάρχουν σημεία της γραφικής παράστασης της f με την ίδια τεταγμένη.
 - v. Υπάρχουν συναρτήσεις που είναι $1-1$ αλλά δεν είναι γνησίως μονότονες.
 - vi. Οι γραφικές παραστάσεις των f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς τον άξονα x/x .
 - vii. Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$ και $f(x_0) = 0$, για κάποιο $x_0 \in \mathbb{R}$, τότε $f(x) > 0$ για κάθε $x > x_0$.

Θέμα Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + x + 8$, $x \in \mathbb{R}$.

- B1.** Να αποδείξετε ότι η f αντιστρέφεται και να βρείτε το $f^{-1}(8)$.
- B2.** Να λύσετε την εξίσωση $f^{-1}(x) = 2$.
- B3.** Να βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής παράστασης της f^{-1} με τον άξονα x/x και με την ευθεία $y = x$.
- B4.** Να λύσετε την εξίσωση $(e^x - 1)^3 = 1 - e^x$.

Σας εύχομαι επιτυχία!