

Μαθηματικά Κατεύθυνσης Γ' Λυκείου

Φύλλο Εργασίας

Μη Πεπερασμένο Όριο Στο $x_0 \in \mathbb{R}$

Όρια Στο Άπειρο

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατοίτης

25 Νοεμβρίου 2013

Θέμα Α Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

(α) Ισχύει $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^\nu} = +\infty$, για οποιοδήποτε $\nu \in \mathbb{N}^*$.

(β) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$ ή $-\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$.

(γ) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$.

(δ) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ και $f(x) > 0$ κοντά στο x_0 , τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$.

(ε) Αν $a > 1$, τότε $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = 0$.

(ς) Ισχύει $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\eta\mu x}{x} = 1$.

(ζ) Ισχύει $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x \cdot \eta\mu \frac{1}{x} \right) = 1$.

(η) Για κάθε συνάρτηση f με $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$, ισχύει ότι $f(x) > L$ κοντά στο x_0 , για οποιοδήποτε αριθμό L .

(θ) Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$ και υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.

(ι) Αν ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ και $g(x) > 0$ για x κοντά στο x_0 , τότε κατ' ανάγκη θα είναι $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x)g(x)) = +\infty$.

Θέμα Β Έστω η συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) + x}{x - 1} = 2$.

Να αποδείξετε ότι:

$$(\alpha) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$$

$$(\beta) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \eta\mu x}{f(x) + 2x} = \frac{1}{3}.$$

Σας εύχομαι επιτυχία!