

Μαθηματικά Κατεύθυνσης Γ' Λυκείου
Ολιγόλεπτη Γραπτή Δοκιμασία
Συνέχεια Συνάρτησης

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

16 Δεκεμβρίου 2013

Θέμα Α

- A1.** Να διατυπώσετε το θεώρημα ενδιάμεσων τιμών.
- A2.** Πότε μια συνάρτηση f λέγεται συνεχής στο x_0 του πεδίου ορισμού της;
- A3.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).
- i. Έστω οι συναρτήσεις f, g ορισμένες στο διάστημα Δ . Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $x_0 \in \Delta$ και η συνάρτηση g δεν είναι συνεχής στο x_0 , τότε η συνάρτηση $f + g$ δεν είναι συνεχής στο x_0 .
 - ii. Αν για μια συνεχή συνάρτηση f στο $\mathbb{R}$, ισχύει $f(\alpha) = 2$ και $f(\beta) = 3$, τότε υπάρχει $x_0 \in (\alpha, \beta)$ τέτοιο ώστε $f(x_0) = e$.
 - iii. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα $[\alpha, \beta]$ και υπάρχει $x_0 \in (\alpha, \beta)$ τέτοιο, ώστε $f(x_0) = 0$, τότε κατ' ανάγκη θα ισχύει $f(\alpha) \cdot f(\beta) < 0$.
 - iv. Η εικόνα $f(\Delta)$ ενός διαστήματος Δ μέσω μιας συνεχούς συνάρτησης f είναι πάντοτε διάστημα.
 - v. Κάθε συνεχής συνάρτηση f στο $[\alpha, \beta]$ με $f(\alpha) \neq f(\beta)$, παίρνει μόνο τις τιμές μεταξύ των $f(\alpha)$ και $f(\beta)$.
 - vi. Μια συνεχής συνάρτηση f διατηρεί πρόσημο σε καθένα από τα διαστήματα στα οποία οι διαδοχικές ρίζες της f χωρίζουν το πεδίο ορισμού της.
 - vii. Το σύνολο τιμών μιας συνεχούς συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το διάστημα $[\alpha, \beta]$ είναι το κλειστό διάστημα $[m, M]$, όπου m η ελάχιστη και M η μέγιστη τιμή της.

Θέμα Β

Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[1, 3]$ με $f(1) = 0$ και $f(3) = 4$, να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης f έχει ένα τουλάχιστον κοινό σημείο με την ευθεία $\epsilon : y = x$.

Σας εύχομαι επιτυχία!