

# Γεωμετρία Α' Λυκείου

## Παράλληλες Ευθείες

### Συμπληρωματικές Ασκήσεις

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατοίπης

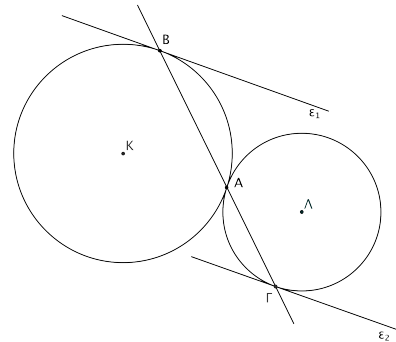
7 Φεβρουαρίου 2014

1. Στο διπλανό σχήμα οι ημιευθείες  $Ax$  και  $Ey$  είναι παράλληλες. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας  $\widehat{AGE}$ .



2. Δίνεται κύκλος κέντρου  $O$ , μια διάμετρος του  $AB$  και μια χορδή  $AG$ . Η παράλληλη ευθεία  $\epsilon$  προς την  $AG$  που διέρχεται από το κέντρο  $O$  τέμνει το τόξο  $\widehat{BG}$  στο σημείο  $\Delta$ . Να αποδείξετε ότι το  $\Delta$  είναι το μέσο του τόξου  $\widehat{BG}$ .

3. Οι κύκλοι  $(K, R)$  και  $(\Lambda, \rho)$  εφάπτονται στο σημείο  $A$ . Μια ευθεία διέρχεται από το  $A$  και τέμνει τους δύο κύκλους στα σημεία  $B$  και  $\Gamma$ . Να αποδείξετε ότι οι εφαπτομένες  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$  των κύκλων στα σημεία  $B$  και  $A$  αντίστοιχα, είναι παράλληλες.



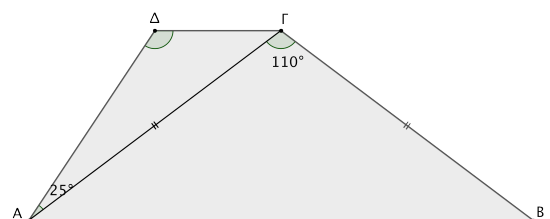
4. Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB < A\Gamma$ . Προεκτείνουμε τη διάμεσο  $AM$  κατά ίσο ευθύγραμμο τμήμα  $M\Delta$ . Να αποδείξετε ότι:

(α') τα ευθύγραμμα τμήματα  $B\Delta$  και  $\Gamma\Delta$  είναι ίσα και παράλληλα προς τις πλευρές  $A\Gamma$  και  $AB$  αντίστοιχα,

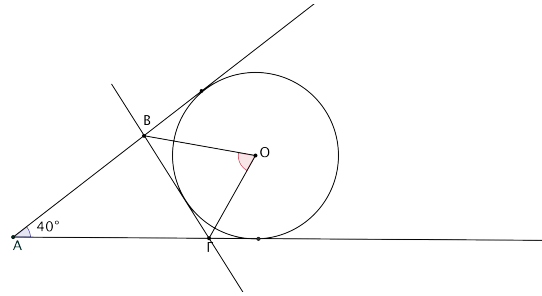
$$(\beta) \frac{\beta - \gamma}{2} < \mu_\alpha < \frac{\beta + \gamma}{2},$$

$$(\gamma) \widehat{BAM} > \widehat{MAG}.$$

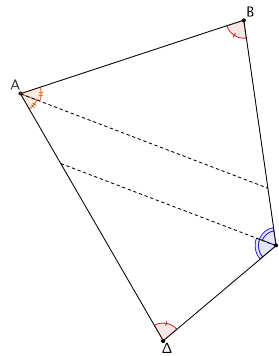
5. Στο διπλανό σχήμα είναι  $\Delta\Gamma \parallel AB$  και  $A\Gamma = B\Gamma$ . Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας  $\widehat{A\Delta\Gamma}$ .



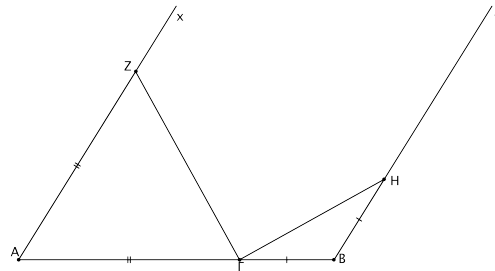
6. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο  $AB\Gamma$  σχηματίζεται από τρεις εφαπτόμενες του κύκλου  $(O, R)$ . Αν  $\widehat{BA\Gamma} = 40^\circ$ , να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας  $\widehat{BO\Gamma}$ .



7. Στο διπλανό τετράπλευρο οι γωνίες  $\widehat{B}$  και  $\widehat{\Delta}$  είναι ίσες. Να αποδείξετε ότι οι διχοτόμοι των γωνιών  $\widehat{A}$  και  $\widehat{\Gamma}$  είναι παράλληλες.



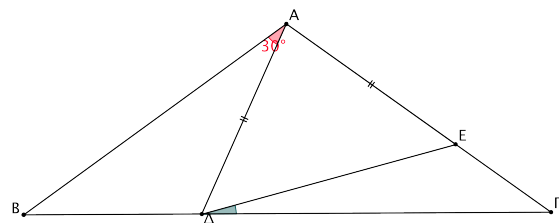
8. Στο διπλανό σχήμα οι ημιευθείες  $Ax$  και  $B\gamma$  είναι παράλληλες. Αν  $A\Gamma = AZ$  και  $\Gamma B = BH$ , να αποδείξετε ότι  $\widehat{Z\Gamma H} = 90^\circ$ .



9. Δίνεται ισοπλευρο τρίγωνο  $AB\Gamma$ . Προεκτείνουμε την πλευρά  $B\Gamma$  κατά ίσα ευθύγραμμα τμήματα  $B\Delta = \Gamma E = B\Gamma$ . Από το σημείο  $E$  φέρνουμε κάθετη ευθεία στη  $BE$ , που τέμνει την  $A\Delta$  στο  $Z$ . Να αποδείξετε ότι :

- (α)  $\widehat{\Gamma AZ} = 90^\circ$ ,                      (β) τα τρίγωνα  $\Gamma AZ$  και  $\Gamma ZE$  είναι ίσα,                      (γ)  $Z\Gamma \parallel AB$ .

10. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ισοσκελές με  $AB = A\Gamma$ . Αν  $\widehat{BA\Delta} = 30^\circ$  και  $A\Delta = AE$ , να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας  $\widehat{E\Delta\Gamma}$ .



11. Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $\widehat{B} = 2\widehat{\Gamma}$ . Στην προέκταση του  $\Gamma B$  θεωρούμε το σημείο  $\Delta$  για το οποίο ισχύει ότι  $B\Delta = AB$ . Να αποδείξετε ότι :

- (α)  $\widehat{A\Delta B} = \widehat{\Gamma}$     (β)  $\beta < 2\gamma$ .