

Μαθηματικά Κατεύθυνσης Γ' Λυκείου

Ολιγόλεπτη Γραπτή Δοκιμασία

Μονοτονία Συνάρτησης-Τοπικά Ακρότατα Συνάρτησης

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπίης

17 Φεβρουαρίου 2014

Θέμα Α

- A1.** Έστω μια συνάρτηση f παραγωγίσιμη σ' ένα διάστημα (α, β) , με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του x_0 , στο οποίο όμως η f είναι συνεχής.
Αν $f'(x) > 0$ στο (α, x_0) και $f'(x) < 0$ στο (x_0, β) , τότε να αποδείξετε ότι το $f(x_0)$ είναι τοπικό μέγιστο της f .
- A2.** Να διατυπώσετε το θεώρημα του Fermat.

Θέμα Β

Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

- (α) Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής, γνησίως αύξουσα σ' ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ , ισχύει ότι $f'(x) > 0$ για κάθε x στο εσωτερικό του Δ .
- (β) Ένα τοπικό μέγιστο μιας συνάρτησης μπορεί να είναι μικρότερο από ένα τοπικό της ελάχιστο.
- (γ) Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σ' ένα διάστημα Δ και x_0 ένα εσωτερικό σημείο του Δ . Αν η f είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και $f'(x_0) = 0$, τότε η f παρουσιάζει υποχρεωτικά τοπικό ακρότατο στο x_0 .
- (δ) Τα εσωτερικά σημεία του διαστήματος Δ στα οποία η f δεν παραγωγίζεται ή η παράγωγος της είναι ίση με το μηδέν λέγονται κρίσιμα σημεία της f στο Δ .
- (ε) Αν η $f'(x)$ διατηρεί πρόσημο στο $(\alpha, x_0) \cup (x_0, \beta)$ και η f είναι συνεχής στο x_0 , τότε η f είναι γνησίως μονότονη στο (α, β) .
- (ς) Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ και ισχύει ότι $f'(x) = (x-1)^2(x-2)$, τότε το $f(1)$ είναι τοπικό μέγιστο της f .
- (ζ) Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$, $f(x) \geq x$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και $f(0) = 0$, τότε $f'(0) = 1$.

Σας εύχομαι επιτυχία!