

Μαθηματικά Κατεύθυνσης Β' Λυκείου

Φύλλο Εργασίας: Κύκλος

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

17 Φεβρουαρίου 2014

Άσκηση 1η: Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 11 = 0$.

- (α) Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση παριστάνει κύκλο C του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα.
- (β) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου C στο σημείο του $A(-2, -1)$.
- (γ) Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου C που είναι κάθετες στην ευθεία $\eta : 3x - 4y + 15 = 0$.
- (δ) Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου C που διέρχονται από το σημείο $B(6, 3)$.
- (ε) Να εξετάσετε αν η ευθεία $\eta : 3x - 4y + 15 = 0$ είναι εφαπτομένη του κύκλου C .

Λύση:

Άσκηση 2η: Δίνεται η εξίσωση

$$x^2 + y^2 - 2 + \lambda(x - y + 2) = 0, \text{ όπου } \lambda \in \mathbb{R} \quad (1)$$

- (α) Να δείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο για κάθε πραγματικό αριθμό λ διαφορετικό από το 2 και να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του.
- (β) Να βρείτε τι παριστάνει η εξίσωση για $\lambda = 2$.
- (γ) Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των κέντρων των κύκλων που ορίζονται από την εξίσωση (1).
- (δ) Να αποδείξετε ότι οι παραπάνω κύκλοι διέρχονται από σταθερό σημείο, το οποίο και να βρεθεί.
- (ε) Να αποδείξετε ότι όλοι οι κύκλοι που ορίζονται από την εξίσωση (1) εφάπτονται της ευθείας $\varepsilon : -x + y = 2$.

Λύση: