Μαθηματικά Κατεύθυνσης Γ΄ Λυκείου

Ολιγόλεπτη Γραπτή Δοκιμασία

Κυρτότητα-Ασύμπτωτες-Κανόνας De L' Hospital

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσίπης

4 Μαρτίου 2014

Θέμα Α

Α1. Έστω μια συνάρτηση συνεχής σε ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ. Πότε λέμε ότι η συνάρτηση f στρέφει τα κοίλα προς τα άνω ή είναι κυρτή στο Δ;

Α2. Ποιες είναι οι πιθανές θέσεις σημείων καμπής μιας συνάρτησης f σ΄ ένα διάστημα Δ;

Α3. Πότε η ευθεία $\mathrm{x} = \mathrm{x}_0$ λέγεται κατακόρυφη ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης f;

Θέμα Β

Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

(α΄) Αν μια συνάρτηση f είναι κυρτή σ΄ ένα διάστημα Δ, τότε η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f σε κάθε σημείο του Δ βρίσκεται κάτω από τη γραφική της παράσταση, με εξαίρεση το σημείο επαφής τους.

(β΄) Αν μια συνάρτηση f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ και στρέφει τα κοίλα προς τα άνω, τότε κατ' ανάγκη θα ισχύει $\mathrm{f}''(\mathrm{x}) > 0$, για κάθε πραγματικό αριθμό x.

(γ΄) Στα σημεία καμπής η εφαπτομένη της $\mathrm{C_f}$ "διαπερνα" την καμπύλη.

(δ΄) Μια πολυωνυμική συνάρτηση 3ου βαθμού έχει οπωσδήποτε ένα σημείο καμπής.

(ε΄) Μια κατακόρυφη ασύμπτωτη μιας συνάρτησης f μπορεί να έχει δύο κοινά σημεία με την $\mathrm{C_f}$.

(ϛ΄) Οι πολυωνυμικές συναρτήσεις βαθμού μεγαλύτερου ή ίσου του 2 δεν έχουν ασύμπτωτες.

(ζ) Αν $\mathrm{f}(\mathrm{x}) = \mathrm{e}^{-\mathrm{x}}\left(\ln \mathrm{x} - \mathrm{x}\right)$, τότε $\lim\limits_{\mathrm{x}\to 0^+}\left[\left(\mathrm{f}(\mathrm{x})\right)^2 \eta\mu\dfrac{1}{\mathrm{f}(\mathrm{x})} - \mathrm{f}(\mathrm{x})\right] = 0.$

Σας εύχομαι επιτυχία!