

Μαθηματικά Κατεύθυνσης Γ' Λυκείου

Ολιγόλεπτη Γραπτή Δοκιμασία

Ορισμένο Ολοκλήρωμα-Μέθοδοι Ολοκλήρωσης

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατοίτης

17 Μαρτίου 2014

Θέμα Α

Έστω f μια συνεχής συνάρτηση σ' ένα διάστημα $[\alpha, \beta]$ με $f(x) \geq 0$ για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$ και Ω το χωρίο που ορίζεται από την γραφική παράσταση της f , τον άξονα των x και τις ευθείες $x = \alpha$ και $x = \beta$. Να δώσετε τον ορισμό του εμβαδού $E(\Omega)$ του χωρίου Ω .

Θέμα Β

B1. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

i. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής σ' ένα διάστημα Δ και $\alpha, \beta, \gamma \in \Delta$, τότε

$$\text{ισχύει ότι } \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx - \int_{\gamma}^{\beta} f(x)dx = \int_{\alpha}^{\gamma} f(x)dx.$$

ii. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$ και $f(x) \geq 0$ για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$,

$$\text{τότε ισχύει ότι } \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx \geq 0.$$

iii. Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$ και $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx > 0$,

$$\text{ισχύει ότι } f(x) > 0 \text{ για κάθε } x \in [\alpha, \beta].$$

iv. Αν οι f', g' είναι συνεχείς συναρτήσεις στο $[\alpha, \beta]$, τότε ισχύει ότι

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x)g'(x)dx + \int_{\alpha}^{\beta} f'(x)g(x)dx = [f(x)g(x)]_{\alpha}^{\beta}.$$

v. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$ και $f(\alpha) = f(\beta) = 0$, τότε ισχύει

$$\text{ότι } \int_{\alpha}^{\beta} f(x)e^x dx = \int_{\alpha}^{\beta} f'(x)e^x dx.$$

vi. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής και γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[\alpha, \beta]$

$$\text{και } f(\beta) = 0, \text{ τότε ισχύει ότι } \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx > 0.$$

B2. Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_1^2 x \ln(2x) dx$.

Σας εύχομαι επιτυχία!