

Μαθηματικά Κατεύθυνσης Γ' Λυκείου

Ολιγόλεπτη Γραπτή Δοκιμασία

Συνάρτηση Ολοκλήρωμα-Εμβαδόν Επίπεδου Χωρίου

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

7 Απριλίου 2014

Θέμα Α Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

(α') Για κάθε συνάρτηση f που είναι συνεχής σ' ένα διάστημα Δ , αν $\alpha \in \Delta$ τότε ισχύει ότι $\left(\int_{\alpha}^x f(t)dt\right)' = f(x) - f(\alpha)$, για κάθε $x \in \Delta$.

(β') Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα $[\alpha, \beta]$, τότε το ολοκλήρωμα $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx$ εκφράζει πάντα το εμβαδόν του χωρίου Ω που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f , τις ευθείες $x = \alpha$, $x = \beta$ και τον άξονα $x'x$.

(γ') Το ολοκλήρωμα $\int_{-1}^1 (x^3 - x) dx$ παριστάνει το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^3 - x$ και τον άξονα $x'x$.

(δ') Το $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx$ είναι ίσο με το άθροισμα των εμβαδών των χωρίων που βρίσκονται πάνω από τον άξονα $x'x$ μείον το άθροισμα των εμβαδών των χωρίων που βρίσκονται κάτω από τον άξονα $x'x$.

(ε') Θεωρούμε τη συνάρτηση

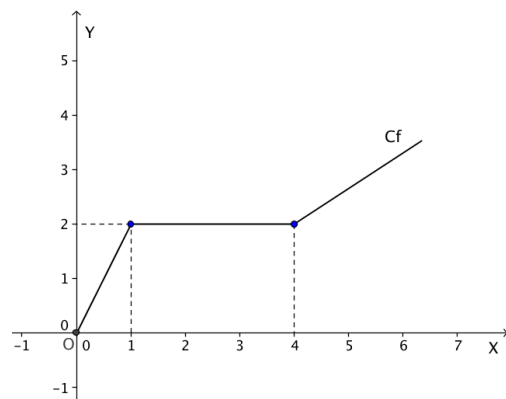
$$F(x) = \int_0^x f(t)dt,$$

όπου f η συνεχής συνάρτηση της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Ισχύει ότι:

i. $F'(1) = 2$

ii. $F(4) = 2$



Θέμα Β Έστω οι συναρτήσεις $f(x) = e^x$ και $g(x) = e^{-x}$, $x \in \mathbb{R}$.

Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τις C_f , C_g και την ευθεία $\epsilon : y = e$.

Σας εύχομαι επιτυχία!