Δυνάμεις Πραγματικών Αριθμών

2ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσίπης

▷ *Αν η βάση αρνητική τότε:*
Αν $\alpha < 0$ *και* ***ν άρτιος****, τότε* $\alpha^\nu > 0$.
Αν $\alpha < 0$ *και* ***ν περιττός****, τότε* $\alpha^\nu < 0$

1. Να υπολογίσετε την τιμή των παρακάτω παραστάσεων:

(α΄) $3^4 = ...$ (γ΄) $(-3)^4 = ...$

(β΄) $3^3 = ...$ (δ΄) $(-3)^3 = ...$

Το αποτέλεσμα της δύναμης α^ν, όπου ν φυσικός, είναι αρνητικό, μόνο όταν ο αριθμός α είναι ..... και ο εκθέτης ν είναι .....

▷*Αν η βάση θετική, τότε η δύναμη είναι θετική.*
Αν $\alpha > 0$*, τότε* $\alpha^\nu > 0$

2. Να υπολογίσετε την τιμή των παρακάτω παραστάσεων:

(α΄) $-5^2 = ...$ (δ΄) $(-5)^3 = ...$

(β΄) $(-5)^2 = ...$ (ε΄) $(-1)^4 = ...$

(γ΄) $-5^3 = ...$ (ϛ΄) $-1^4 = ...$

▷ *Αν* $\alpha \neq 0$ *τότε* $\alpha^0 = 1$

3. Να υπολογίσετε την τιμή των παρακάτω παραστάσεων:

(α΄) $4^{-2} = ...$ (ε΄) $-4^{-2} = ...$

(β΄) $(-4)^{-2} = ...$ (ϛ΄) $4^0 = ...$

(γ΄) $4^{-3} = ...$ (ζ) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} = ...$

(δ΄) $(-4)^{-3} = ...$

▷*Αν* $\alpha \neq 0$ *τότε*

$$\alpha^{-\nu} = \frac{1}{\alpha^\nu}$$

Αν $\alpha, \beta \neq 0$*, τότε*

$$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-\nu} = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\nu}$$

▷***Ιδιότητες με ίδια βάση****:*

$\alpha^\mu \cdot \alpha^\nu = \alpha^{\mu+\nu}$

$\frac{\alpha^\mu}{\alpha^\nu} = \alpha^{\mu-\nu}, \quad \alpha \neq 0$

4. Να υπολογίσετε, με την βοήθεια των ιδιοτήτων, την τιμή των παραστάσεων:

(α΄) $6^{-21} \cdot 6^{19} = ...$ (γ΄) $\frac{7^{62}}{7^{63}} = ...$

(β΄) $(-9)^{11} \cdot (-9)^{-9} = ...$ (δ΄) $\frac{5^{100}}{(-5)^{98}} = ...$

▷***Ιδιότητες με ίδιο εκθέτη:***

$\alpha^\nu \cdot \beta^\nu = (\alpha \cdot \beta)^\nu$

$\frac{\alpha^\nu}{\beta^\nu} = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^\nu, \ \beta \neq 0$

5. Να υπολογίσετε, με την βοήθεια των ιδιοτήτων, την τιμή των παραστάσεων:

(α΄) $(-0,2)^9 \cdot 5^9 = ...$

(β΄) $2^6 \cdot 5^6 = ...$

(γ΄) $\frac{(-14)^5}{7^5} = ...$

(δ΄) $\frac{(-63)^3}{21^3} = ...$

▷***Δύναμη σε εκθέτη***

$(\alpha^\mu)^\nu = \alpha^{\mu \cdot \nu}$

6. Να υπολογίσετε, με την βοήθεια των ιδιοτήτων, την τιμή των παραστάσεων:

(α΄) $(7^3)^5 \cdot (7^2)^{-7} = ...$

(β΄) $\frac{(2^3)^6}{(2^5)^4} = ...$

(γ΄) $\frac{9^5}{3^{10}} = ...$

(δ΄) $(0,01)^3 \cdot 10^5 = ...$

(ε΄) $\frac{3^9 \cdot (5^2)^3}{(5 \cdot 3^2)^5} = ...$

(ϛ΄) $\frac{45 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^5}{18 \cdot 10^{-1}} = ...$

▷*Η **σειρά των πράξεων** είναι η ακόλουθη:*
1. Δυνάμεις,
2. Πολλαπλασιασμοί και διαιρέσεις
3. Προσθέσεις και αφαιρέσεις.
Αν υπάρχουν παρενθέσεις, προηγούνται οι πράξεις μέσα σ΄ αυτές με την ίδια σειρά.

7. Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

$A = (-4)^2 \cdot 2^{-1} - 5 - (-3) \cdot 2^2 - (-2)^4 =$.....
.....
.....
.....

$B = (-3)^3 - 2^2 \cdot 3 - 5^0 - 6^2 : \left(2 + 3 \cdot 6 - 4^2\right) =$.....
.....
.....
.....

8. Η αριθμητική παράσταση $2^{15} + 2^{15}$ είναι ίση με:

Α. 2^{30} Β. 2^{15} Γ. 2^{225} Δ. 2^{16}.

Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας.

.....

¨Πάντα κατ΄ αριθμόν γίγνονται¨

μτφρ: τα πάντα γίνονται σύμφωνα με αριθμούς

Πυθαγόρας, 580-490 π.Χ. , Αρχαίος Έλληνας φιλόσοφος.