

Ρητές αλγεβρικές παραστάσεις

Πολλαπλασιασμός ρητών παραστάσεων

Διαίρεση ρητών παραστάσεων

7ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπίης

▷ Οι μεταβλητές μιας ρητής αλγεβρικής παράστασης δεν μπορούν να πάρουν τιμές που να μηδενίζουν τον παρονομαστή της, αφού δεν ορίζεται κλάσμα με παρονομαστή μηδέν.

▷ Ιδιότητα:
Αν $\alpha \cdot \beta \neq 0$ τότε $\alpha \neq 0$ και $\beta \neq 0$.

1. Να αντιστοιχίσετε σε κάθε ρητή αλγεβρική παράσταση της στήλης Α τις τιμές της από την στήλη Β για τις οποίες ορίζεται.

Στήλη Α	Στήλη Β
A. $\frac{x^2 + 2x}{x - 2}$	1. $x \neq -2$
B. $\frac{x - 2}{x + 2}$	2. $x \neq -2$ και $x \neq 2$
Γ. $\frac{x}{x^2 - 4}$	3. οποιοσδήποτε αριθμός
Δ. $\frac{x - 2}{x^2 + 4}$	4. $x \neq 2$

▷ Μια ρητή αλγεβρική παράσταση μπορεί να απλοποιηθεί αν ο αριθμητής και ο παρονομαστής της είναι γινόμενα και έχουν κοινό παράγοντα.

2. Να εξετάσετε ποιες από τις παρακάτω παραστάσεις απλοποιείται:

(α') i. $\frac{2 + x}{2 + y}$
ii. $\frac{2 + x}{2y}$
iii. $\frac{2x}{2y}$

(β') i. $\frac{10xy}{5 + x}$
ii. $\frac{10x + y}{5x}$
iii. $\frac{10xy}{5x}$

(γ') i. $\frac{(2 - x)y + 3}{2 - x}$
ii. $\frac{(2 - x)(y + 3)}{2 - x}$
iii. $\frac{2 - x(y + 3)}{2 - x}$

3. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

(α) $\frac{3x}{6x} = \dots\dots\dots$

(γ) $\frac{3x^2y^3}{6x^3y^2} = \dots\dots\dots$

(β) $\frac{4x^2}{6x} = \dots\dots\dots$

(δ) $\frac{x + 1}{1 + x} = \dots\dots\dots$

$$(ε) \frac{(x+1)^2}{x+1} = \dots\dots\dots$$

$$(ς) \frac{x-1}{1-x} = \dots\dots\dots$$

▷ Όταν οι όροι μιας ρητής παράστασης δεν είναι γινόμενα, τότε τους παραγοντοποιούμε και στη συνέχεια κάνουμε τις απλοποιήσεις.

4. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$(α) \frac{x^2}{x^2+x} = \dots\dots\dots$$

$$(ε) \frac{4-x^2}{x^2-2x} = \dots\dots\dots$$

$$(β) \frac{3x^2+6x}{x^2+2x} = \dots\dots\dots$$

$$(ς) \frac{16-9x^2}{4x-3x^2} = \dots\dots\dots$$

$$(γ) \frac{x^2-xy}{y^2-xy} = \dots\dots\dots$$

$$(ζ) \frac{x^2+6x+9}{x+3} = \dots\dots\dots$$

$$(δ) \frac{x^2-5x}{(x-5)^2} = \dots\dots\dots$$

$$(η) \frac{x^2-3x+2}{x^2-1} = \dots\dots\dots$$

5. Δίνεται η ρητή αλγεβρική παράσταση:

$$A = \frac{x^2-8x+16}{x^2-4x}.$$

(α) Να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A.

.....
.....

(β) Να απλοποιήσετε την παράσταση A.

.....
.....

▷ Κανόνες πολλαπλασιασμού:
 $\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha\gamma}{\beta\delta}$
 $\alpha \cdot \frac{\beta}{\gamma} = \frac{\alpha\beta}{\gamma}$

6. Να υπολογίσετε τα παρακάτω γινόμενα:

$$(α) x \cdot \frac{1}{x^2} = \dots\dots\dots$$

$$(γ) \frac{25-x^2}{x^2-x} \cdot \frac{x}{x+5} = \dots\dots\dots$$

$$(β) \frac{x^2}{x+1} \cdot \frac{x+1}{x} = \dots\dots\dots$$

$$(δ) \frac{x-4}{x+3} \cdot \frac{3+x}{4-x} = \dots\dots\dots$$

▷ Κανόνες διαιρέσης:
 $\frac{\alpha}{\beta} : \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\delta}{\gamma} = \frac{\alpha\delta}{\beta\gamma}$
 $\frac{\alpha}{\beta} : \gamma = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{1}{\gamma} = \frac{\alpha}{\beta\gamma}$

7. Να υπολογίσετε τις παρακάτω διαιρέσεις:

$$(α) x : \frac{x^2}{3} = \dots\dots\dots$$

$$(γ) \frac{x}{(x+3)^2} : \frac{x^2}{x+3} = \dots\dots\dots$$

$$(β) \frac{x^2y}{x+2} : \frac{xy}{3} = \dots\dots\dots$$

$$(δ) \frac{3x^2}{4} : (6x) = \dots\dots\dots$$

“Αυτοί που δεν γνωρίζουν μαθηματικά είναι δύσκολο να νιώσουν μια πραγματική συγκίνηση για την ομορφιά, την βαθύτερη ομορφιά της φύσης...”
Richard Phillips Feynman, 1918–1988, Αμερικανός φυσικός.