

Παραγοντοποίηση αλγεβρικών παραστάσεων

6ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσίπης

Χαρακτηριστικές περιπτώσεις παραγοντοποίησης

Κοινός παράγοντας

1. Να κάνετε τις πράξεις:

▷ *Επιμεριστική ιδιότητα:*

(α) $147 \cdot 28 - 147 \cdot 18 =$
 (β) $49^2 + 49 \cdot 51 =$

$\alpha\beta + \alpha\gamma = \alpha(\beta + \gamma)$

$\alpha\beta - \alpha\gamma = \alpha(\beta - \gamma)$

2. Να παραγοντοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

(α) $2x^2 - 12x =$
 (β) $6\alpha^2\beta - 8\alpha\beta^2 =$
 (γ) $2(x - 3) + \alpha(3 - x) =$
 (δ) $x(y + 2) - y - 2 =$
 (ε) $x(x - 5) - x + 5 =$

▷ *Χρήσιμες σχέσεις:*

$\alpha - \beta = -(\beta - \alpha)$

$-\alpha - \beta = -(\alpha + \beta)$

Αν $\alpha \cdot \beta = 0$ τότε

$\alpha = 0$ ή $\beta = 0$

3. (α) Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση: $3x^2 - 12x$.

(β) Να λύσετε την εξίσωση: $3x^2 = 12x$.

Κοινός παράγοντας κατά ομάδες

4. Να παραγοντοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

(α) $\alpha x - \alpha y + \beta x - \beta y =$
 (β) $3x^3 - 12x^2 + 5x - 20 =$
 (γ) $4x^2 - 8x - \alpha x + 2\alpha =$
 (δ) $x^3 + x^2 + x + 1 =$
 (ε) $x^3 - x^2 - x + 1 =$
 (ς) $12x^2 - 8xy - 15x + 10y =$

▷ *Παράδειγμα παραγοντοποίησης κατά ομάδες:*

$\alpha x + \alpha y + \beta x + \beta y =$

$\alpha(x + y) + \beta(x + y) =$

$(x + y)(\alpha + \beta)$.

Διαφορά τετραγώνων

5. Να παραγοντοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

▷ Διαφορά τετραγώνων:

$$\alpha^2 - \beta^2 = (\alpha - \beta)(\alpha + \beta)$$

(α) $x^2 - 9 =$

(β) $25x^2 - 4 =$

(ε) $(x + 6)^2 - 9(x + 1)^2 =$

(γ) $\frac{x^2}{9} - \frac{4}{25} =$

(δ) $64 - (x + 2)^2 =$

(ζ) $x^2 - 5 =$

6. Να κάνετε τις πράξεις:

(α) $2018^2 - 2017^2 =$

(β) $565^2 - 435^2 =$

7. (α) Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση: $9x^2 - 4$.

(β) Να λύσετε την εξίσωση: $9x^2 - 4 = 0$.

Ανάπτυγμα τετραγώνου

8. Να παραγοντοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

▷ Ανάπτυγμα τετραγώνου:

$$(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$$

$$(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$$

(α) $x^2 - 2x + 1 =$

(δ) $\frac{1}{4} + x + x^2 =$

(β) $x^2 + 20x + 100 =$

(ε) $4x^2 - 12xy + 9y^2 =$

(γ) $9 + 6\alpha + \alpha^2 =$

(ζ) $(\alpha + 5)^2 + 2(\alpha + 5) + 1 =$

9. Να βρείτε την πλευρά του τετραγώνου το οποίο έχει εμβαδόν ίσο με $E = x^2 + 10x + 25$, όπου ο x είναι θετικός αριθμός.

Παραγοντοποίηση τριωνύμου

10. Να παραγοντοποιήσετε τα τριώνυμα:

(α) $x^2 + 6x + 8 =$

(γ) $y^2 - y - 12 =$

(β) $x^2 - 4x + 3 =$

(δ) $x^2 - 2x - 3 =$

▷ Χρήσιμη ταυτότητα:

$$x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta =$$

$$(x + \alpha)(x + \beta)$$

11. (α) Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση: $x^2 - 7x + 12$.

(β) Να λύσετε την εξίσωση: $x^2 + 12 = 7x$.

“Ο Αρχιμήδης θα μνημονεύεται, όταν ο Αισχύλος θα έχει ξεχαστεί, γιατί, ενώ οι γλώσσες πεθαίνουν, οι μαθηματικές ιδέες είναι διαχρονικές.”

Godfrey Harold Hardy, 1877-1947, Άγγλος μαθηματικός.