

# Επαναληπτικές Ασκήσεις

## Φύλλο Ασκήσεων Χριστουγέννων

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

18 Δεκεμβρίου 2018

Οι παρακάτω ασκήσεις δεν έχουν σκοπό να σας αγχώσουν στις Χριστουγεννιάτικες διακοπές σας. Οι παρακάτω ασκήσεις, μπορούν να αποτελέσουν μια όμορφη μαθηματική συντροφιά τις γιορτινές αυτές ημέρες και να γίνουν αφορμή για μια μικρή επανάληψη. Προσπαθήστε να λύσετε τις παρακάτω ασκήσεις, αφού πρώτα μελετήσετε τη θεωρία και τις ασκήσεις του σχολικού βιβλίου.

1. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ), αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας.

- (α) Οι αριθμοί  $(-3)^{12}$  και  $3^{12}$  αντίθετοι.      (ε) Ισχύει ότι:  $3^{-2} = -9$ .  
 (β) Οι αριθμοί  $\sqrt{2} - 1$  και  $\sqrt{2} + 1$  είναι αντίστροφοι.      (ς) Ισχύει ότι:  $4 \cdot 4^{11} = 4^{12}$ .  
 (γ) Το διπλάσιο του  $\sqrt{7}$  ισούται με  $\sqrt{14}$ .      (ζ) Ισχύει ότι:  $2^{19} + 2^{19} = 2^{20}$ .  
 (δ) Ισχύει ότι:  $\sqrt{20} - \sqrt{5} = \sqrt{5}$ .      (η) Ισχύει ότι:  
 $(\sqrt{3} + 2)^2 = (\sqrt{3})^2 + 2^2 = 7$ .

2. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες ώστε να προκύψουν ταυτότητες:

- (α)  $(\dots + \dots)^2 = 9 + 30\alpha + \dots$       (γ)  $(\frac{\alpha}{2} + \dots)^2 = \dots \dots \alpha + \dots$   
 (β)  $(2\alpha - \dots)^2 = \dots \dots 12\alpha + \dots$       (δ)  $(x - \dots)^2 = \dots - \dots + \frac{1}{x^2}$ .

3. Να αποδείξετε ότι:

- (α)  $(3\sqrt{2} + \sqrt{5})(3\sqrt{2} - \sqrt{5}) = 13$       (β)  $(\sqrt{3} + 2)^2 + (\sqrt{6} - \sqrt{2})^2 = 15$   
 (γ)  $(x + 2y)^2 - (y - 2x)(y + 2x) + (2x - y)^2 = 9x^2 + 4y^2$ .

4. Δίνεται το πολυώνυμο:

$$P(x) = (2x - 1)^3 - 2x(2x - 1)(2x + 1) + 13x^2 + 17.$$

- (α) Να γράψετε το  $P(x)$  κατά φθίνουσες δυνάμεις του  $x$ .  
 (β) Να βρείτε τον βαθμό του πολυωνύμου  $P(x)$ .  
 (γ) Να αποδείξετε ότι  $P(\sqrt{3} - 4) = 3$ .  
 5. (α) Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση:  $10x^2 - 5x$ .  
 (β) Να λύσετε την εξίσωση:  $9x^2 - 3x = 2x - x^2$ .

6. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

(α)  $2x^2 - 8x$

(δ)  $5x^3 - 20x$

(ζ)  $x^3 + 2x^2 - x - 2$

(β)  $9 - 4x^2$

(ε)  $x^3 - 2x^2 - 9x + 18$

(η)  $x(2x - 5) - 2x + 5$

(γ)  $2x^2 - 32$

(ς)  $3x^2 - 7xy + 4y^2$

(θ)  $(x + 3)^2 - x - 3$

7. Δίνεται το πολυώνυμο:

$$Q(x) = (2x - 3)(2x + 3) - (3x - 2)^2 + 13(1 - x).$$

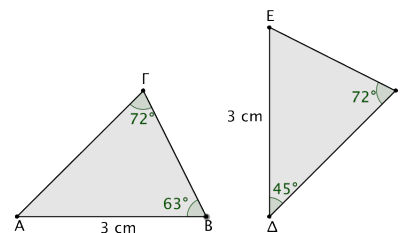
(α) Να γράψετε το  $Q(x)$  κατά φθίνουσες δυνάμεις του  $x$ .

(β) Να παραγοντοποιήσετε το πολυώνυμο  $Q(x)$ .

(γ) Να λύσετε την εξίσωση:  $Q(x) = 0$ .

8. Να εξηγήσετε γιατί είναι ίσα τα τρίγωνα του διπλανού σχήματος και να συμπληρώσετε τις ισότητες:

$ΑΓ = \dots$  και  $ΒΓ = \dots$



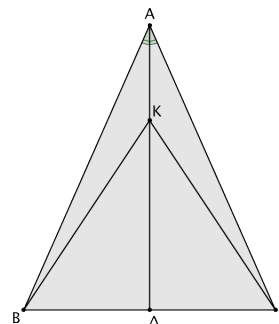
9. Σε ισοσκελές τρίγωνο  $ΑΒΓ$  με  $ΑΒ = ΑΓ$ , θεωρούμε σημεία  $Δ$  και  $Ε$  των πλευρών  $ΑΒ$  και  $ΑΓ$ , αντίστοιχα, ώστε  $ΑΔ = ΑΕ$ . Να αποδείξετε ότι τα σημεία  $Δ$  και  $Ε$  ισαπέχουν από την πλευρά  $ΒΓ$ .

10. Σε ισοσκελές τρίγωνο  $ΑΒΓ$  με  $ΑΒ = ΑΓ$ , θεωρούμε  $Ν$  και  $Μ$  τα μέσα των πλευρών  $ΑΒ$  και  $ΑΓ$ , αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι οι διάμεσοι  $ΒΜ$  και  $ΓΝ$  είναι ίσες.

11. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $ΑΒΓ$  με  $ΑΒ = ΑΓ$ . Αν  $Κ$  είναι ένα (τυχαίο) σημείο της διχοτόμου  $ΑΔ$ , να αποδείξετε ότι:

(α) τα τρίγωνα  $ΑΚΒ$  και  $ΑΚΓ$  είναι ίσα,

(β) το τρίγωνο  $ΒΚΓ$  είναι ισοσκελές.



12. Σε κύκλο κέντρου  $Ο$  να χαράξετε μια χορδή  $ΑΒ$ . Αν  $Γ, Δ$  είναι σημεία της χορδής  $ΑΒ$  τέτοια ώστε  $ΑΓ = ΒΔ$ , τότε να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $ΟΓΔ$  είναι ισοσκελές.

**Καλά και ευτυχισμένα Χριστούγεννα!**  
**Σας εύχομαι το νέο έτος να είναι δημιουργικό, γεμάτο αγάπη και υγεία για εσάς και τις οικογένειές σας!**

