

Ρητές αλγεβρικές παραστάσεις

Πολλαπλασιασμός ρητών παραστάσεων

Διαίρεση ρητών παραστάσεων

8ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπίης

▷ Οι μεταβλητές μιας ρητής αλγεβρικής παράστασης δεν μπορούν να πάρουν τιμές που να μηδενίζουν τον παρονομαστή της, αφού δεν ορίζεται κλάσμα με παρονομαστή μηδέν.

▷ Ιδιότητα:
Αν $\alpha \cdot \beta \neq 0$ τότε $\alpha \neq 0$ και $\beta \neq 0$.

1. Να αντιστοιχίσετε σε κάθε ρητή αλγεβρική παράσταση της στήλης Α τις τιμές της από την στήλη Β για τις οποίες ορίζεται.

Στήλη Α	Στήλη Β
Α. $\frac{x^2 + 2x}{x - 2}$	1. $x \neq -2$
Β. $\frac{x - 2}{x + 2}$	2. $x \neq -2$ και $x \neq 2$
Γ. $\frac{x}{x^2 - 4}$	3. οποιοσδήποτε αριθμός
Δ. $\frac{x - 2}{x^2 + 4}$	4. $x \neq 2$

▷ Μια ρητή αλγεβρική παράσταση μπορεί να απλοποιηθεί αν ο αριθμητής και ο παρονομαστής της είναι γινόμενα και έχουν κοινό παράγοντα.

2. Να εξετάσετε ποιες από τις παρακάτω παραστάσεις απλοποιείται:

(α) i. $\frac{2 + x}{2 + y}$ ii. $\frac{2 + x}{2y}$ iii. $\frac{2x}{2y}$	(β) i. $\frac{10xy}{5 + x}$ ii. $\frac{10x + y}{5x}$ iii. $\frac{10xy}{5x}$	(γ) i. $\frac{(2 - x)y + 3}{2 - x}$ ii. $\frac{(2 - x)(y + 3)}{2 - x}$ iii. $\frac{2 - x(y + 3)}{2 - x}$
--------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------

3. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

(α) $\frac{3x}{6x} = \dots\dots\dots$	(γ) $\frac{3x^2y^3}{6x^3y^2} = \dots\dots\dots$
(β) $\frac{4x^2}{6x} = \dots\dots\dots$	(δ) $\frac{x + 1}{1 + x} = \dots\dots\dots$

(ε) $\frac{(x+1)^2}{x+1} = \dots\dots\dots$

(ς) $\frac{x-1}{1-x} = \dots\dots\dots$

▷ Όταν οι όροι μιας ρητής παράστασης δεν είναι γινόμενα, τότε τους παραγοντοποιούμε και στη συνέχεια κάνουμε τις απλοποιήσεις.

4. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

(α) $\frac{x^2}{x^2+x} = \dots\dots\dots$

(δ) $\frac{x^2-5x}{(x-5)^2} = \dots\dots\dots$

(β) $\frac{3x^2+6x}{x^2+2x} = \dots\dots\dots$

(ε) $\frac{16-9x^2}{4x-3x^2} = \dots\dots\dots$

(γ) $\frac{x^2-xy}{y^2-xy} = \dots\dots\dots$

(ς) $\frac{x^2+6x+9}{x^2+4x+3} = \dots\dots\dots$

5. Δίνεται η ρητή αλγεβρική παράσταση:

$$A = \frac{x^2 - 8x + 16}{x^2 - 4x}$$

(α) Να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A.

.....

(β) Να απλοποιήσετε την παράσταση A.

.....

(γ) Να βρείτε την τιμή της παράστασης A, αν $x = -1$.

.....

▷ Κανόνας πολλαπλασιασμού:
 $\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha\gamma}{\beta\delta}$
 $\alpha \cdot \frac{\beta}{\gamma} = \frac{\alpha\beta}{\gamma}$

6. Να υπολογίσετε τα παρακάτω γινόμενα:

(α) $x \cdot \frac{1}{x^2} = \dots\dots\dots$

(γ) $\frac{25-x^2}{x^2-x} \cdot \frac{x}{x+5} = \dots\dots\dots$

(β) $\frac{x^2}{x+1} \cdot \frac{x+1}{x} = \dots\dots\dots$

(δ) $\frac{x-4}{x+3} \cdot \frac{3+x}{4-x} = \dots\dots\dots$

▷ Κανόνας διαιρέσης:
 $\frac{\alpha}{\beta} : \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\delta}{\gamma} = \frac{\alpha\delta}{\beta\gamma}$
 $\frac{\alpha}{\beta} : \gamma = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{1}{\gamma} = \frac{\alpha}{\beta\gamma}$

7. Να υπολογίσετε τις παρακάτω διαιρέσεις:

(α) $x : \frac{x^2}{3} = \dots\dots\dots$

(γ) $\frac{x}{(x+3)^2} : \frac{x^2}{x+3} = \dots\dots\dots$

(β) $\frac{x^2y}{x+2} : \frac{xy}{3} = \dots\dots\dots$

(δ) $\frac{3x^2}{4} : (6x) = \dots\dots\dots$

“Αυτοί που δεν γνωρίζουν μαθηματικά είναι δύσκολο να νιώσουν μια πραγματική συγκίνηση για την ομορφιά, την βαθύτερη ομορφιά της φύσης...”

Richard Phillips Feynman, 1918–1988, Αμερικανός φυσικός.