

Εξισώσεις δευτέρου βαθμού

10ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

Η γενική μορφή εξίσωσης 2ου βαθμού με άγνωστο x είναι:

$$\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0, \text{ με } \alpha \neq 0$$

1. Να βρείτε τους συντελεστές των εξισώσεων:

(α) $3x^2 - 6x + 5 = 0$

.....

(β) $-x^2 + 4 = 0$

.....

(γ) $2x^2 = 0$

.....

(δ) $\frac{x^2}{3} - x = 0$

.....

Τα α, β και γ είναι οι **συντελεστές** της εξίσωσης.

Το γ ονομάζεται **σταθερός όρος** της εξίσωσης.

2. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $x^2 - 5x + 6 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(β) $5x^2 - 3x - 2 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(γ) $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(δ) $x^2 - x + 1 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Αν $\Delta = 0$, τότε η εξίσωση έχει **μια διπλή λύση**, την

$$x = \frac{-\beta}{2\alpha}$$

Αν $\Delta < 0$, τότε η εξίσωση **δεν έχει λύση** (αδύνατη)

$$\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0, \alpha \neq 0$$

Διακρίνουσα:

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$$

Αν $\Delta > 0$,

τότε η εξίσωση έχει **δύο άνισες λύσεις**, τις

$$x = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$$

3. Να λύσετε την εξίσωση:

$$x^2 + 6x = 0$$

Εξίσωση της μορφής:
 $\alpha x^2 + \beta x = 0$, με $\alpha \neq 0$

(α') Με ανάλυση σε γινόμενο παραγόντων:

.....

(β') Με την βοήθεια του τύπου:

.....

Αν $\alpha \cdot \beta = 0$, τότε $\alpha = 0$ ή $\beta = 0$

4. Να λύσετε την εξίσωση:

$$x^2 - 49 = 0$$

Εξίσωση της μορφής:
 $\alpha x^2 + \gamma = 0$, με $\alpha \neq 0$

(α') Με ανάλυση σε γινόμενο παραγόντων:

.....

(β') Με την βοήθεια του τύπου:

.....

Αν $x^2 = \alpha$ με $\alpha > 0$ τότε:
 $x = -\sqrt{\alpha}$ ή $x = \sqrt{\alpha}$

Αν $x^2 = \alpha$ με $\alpha < 0$ τότε η εξίσωση είναι αδύνατη.

Αν $x^2 = 0$ τότε:
 $x = 0$.

Επίλυση της εξίσωσης 2ου βαθμού με την βοήθεια του **αναπτύγματος τετραγώνου** ή της **παραγοντοποίησης τριωνύμου**.

5. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $x^2 - 10x + 25 = 0$

i. Με ανάλυση σε γινόμενο παραγόντων:

.....

ii. Με την βοήθεια του τύπου:

.....

(β) $x^2 - 3x + 2 = 0$

i. Με ανάλυση σε γινόμενο παραγόντων:

.....

ii. Με την βοήθεια του τύπου:

.....

“Τα Μαθηματικά είναι η ποίηση της σκέψης και η ποίηση είναι τα Μαθηματικά της καρδιάς.”
 Smith, David Eugene, 1860 – 1944, Αμερικανός μαθηματικός.