

Επαναληπτικές Ασκήσεις

Φύλλο Ασκήσεων Χριστουγέννων

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

16 Δεκεμβρίου 2019

Οι παρακάτω ασκήσεις δεν έχουν σκοπό να σας αγχώσουν στις Χριστουγεννιάτικες διακοπές σας. Οι παρακάτω ασκήσεις, μπορούν να αποτελέσουν μια όμορφη μαθηματική συντροφιά τις γιορτινές αυτές ημέρες και να γίνουν αφορμή για μια μικρή επανάληψη. Προσπαθήστε να λύσετε τις παρακάτω ασκήσεις, αφού πρώτα μελετήσετε τη θεωρία και τις ασκήσεις του σχολικού βιβλίου.

1. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ), αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας.

- | | |
|---|--|
| (α) Οι αριθμοί $(-3)^{12}$ και 3^{12} αντίθετοι. | (ζ') Ισχύει ότι: $3^{-2} = -9$. |
| (β) Οι αριθμοί $\sqrt{2} - 1$ και $\sqrt{2} + 1$ είναι αντίστροφοι. | (ζ) Ισχύει ότι: $5^0 = 0$. |
| (γ) Το διπλάσιο του $\sqrt{7}$ ισούται με $\sqrt{14}$. | (η) Ισχύει ότι: $4 \cdot 4^{11} = 4^{12}$. |
| (δ) Ισχύει ότι: $\sqrt{(-5)^2} = -5$. | (θ) Ισχύει ότι: $2^{19} + 2^{19} = 2^{20}$. |
| (ε) Ισχύει ότι: $\sqrt{20} - \sqrt{5} = \sqrt{5}$. | (ι) Ισχύει ότι:
$(\sqrt{3} + 2)^2 = (\sqrt{3})^2 + 2^2 = 7$. |

2. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες ώστε να προκύψουν ταυτότητες:

- | | |
|--|---|
| (α) $(\dots + \dots)^2 = 9 + 30\alpha + \dots$ | (γ) $(\frac{\alpha}{2} + \dots)^2 = \dots \dots \alpha + \dots$ |
| (β) $(2\alpha - \dots)^2 = \dots \dots 12\alpha + \dots$ | (δ) $(x - \dots)^2 = \dots - \dots + \frac{1}{x^2}$. |

3. Να αποδείξετε ότι:

- | | |
|---|---|
| (α) $(3\sqrt{2} + \sqrt{5})(3\sqrt{2} - \sqrt{5}) = 13$ | (β) $(\sqrt{3} + 2)^2 + (\sqrt{6} - \sqrt{2})^2 = 15$ |
| (γ) $(x - 1)^3 - (x - 1)(x + 1)^2 + 4x(x - 1) = 0$ | |

4. Δίνεται το πολυώνυμο:

$$P(x) = (2x - 1)^3 - 2x(2x - 1)(2x + 1) + 13x^2 + 17.$$

- (α) Να γράψετε το $P(x)$ κατά φθίνουσες δυνάμεις του x .
- (β) Να βρείτε τον βαθμό του πολυωνύμου $P(x)$.
- (γ) Να αποδείξετε ότι $P(\sqrt{3} - 4) = 3$.

5. (α) Να αποδείξετε ότι:

$$(\alpha - 2)(\alpha + 2) + 4 = \alpha^2.$$

(β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \sqrt{2018 \cdot 2022 + 4}.$$

6. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

(α) $2x^2 + 6x$

(ε) $(3x - 2)^2 - 4(3x - 2)$

(β) $x^3 + 2x^2 + x$

(ς) $x(x - 2) + 3(2 - x)$

(γ) $x^3y^2 - x^5y$

(ζ) $y(x + 2) + 5(-x - 2)$

(δ) $(2x - 1)(x + 2) - (x + 2)(x - 3)$

(η) $x(2x - 1) + y(1 - 2x)^2$

7. (α) Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση: $10x^2 - 5x$.

(β) Να λύσετε την εξίσωση: $9x^2 - 3x = 2x - x^2$.

8. Δίνεται το πολυώνυμο:

$$Q(x) = (2x - 3)(2x + 3) - (3x - 2)^2 + 13(1 - x).$$

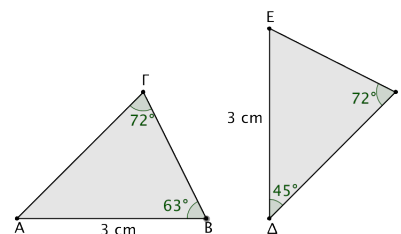
(α) Να γράψετε το $Q(x)$ κατά φθίνουσες δυνάμεις του x .

(β) Να παραγοντοποιήσετε το πολυώνυμο $Q(x)$.

(γ) Να λύσετε την εξίσωση: $Q(x) = 0$.

9. Να εξηγήσετε γιατί είναι ίσα τα τρίγωνα του διπλανού σχήματος και να συμπληρώσετε τις ισότητες:

$ΑΓ = \dots$ και $ΒΓ = \dots$

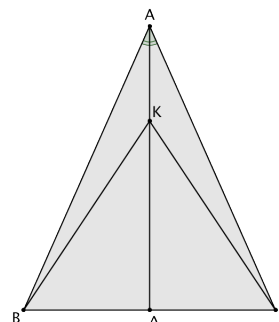


10. Σε ισοσκελές τρίγωνο $ΑΒΓ$ με $ΑΒ = ΑΓ$, θεωρούμε N και M τα μέσα των πλευρών $ΑΒ$ και $ΑΓ$, αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι οι διάμεσοι $ΒΜ$ και $ΓΝ$ είναι ίσες.

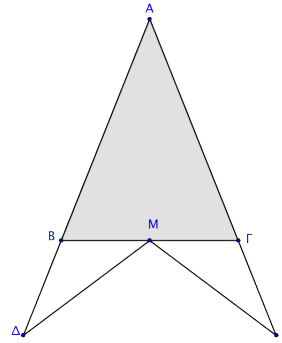
11. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $ΑΒΓ$ με $ΑΒ = ΑΓ$.
Αν K είναι ένα (τυχαίο) σημείο της διχοτόμου $ΑΔ$, να αποδείξετε ότι:

(α) τα τρίγωνα $ΑΚΒ$ και $ΑΚΓ$ είναι ίσα,

(β) το τρίγωνο $ΒΚΓ$ είναι ισοσκελές.



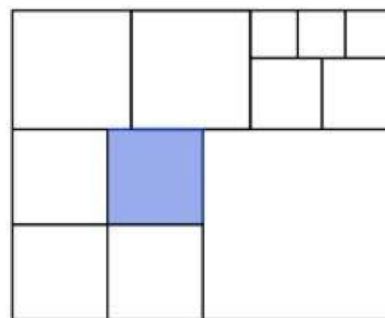
12. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $AB = A\Gamma$. Προεκτείνουμε τις πλευρές AB και $A\Gamma$ κατά ίσα τμήματα $B\Delta$ και ΓE , αντίστοιχα. Αν M είναι το μέσο της πλευράς $B\Gamma$, να αποδείξετε ότι:
- (α) τα τρίγωνα $B\Delta M$ και $\Gamma M E$ είναι ίσα,
 (β) το τρίγωνο $\Delta M E$ είναι ισοσκελές.



13. Σε κύκλο κέντρου O να χαράξετε μια χορδή AB . Αν Γ, Δ είναι σημεία της χορδής AB τέτοια ώστε $A\Gamma = B\Delta$, τότε να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $O\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές.

Χριστουγεννιάτικες προκλήσεις

- Ένας στρατιώτης A που έχει τρία ψωμιά και ένας στρατιώτης B που έχει δύο ψωμιά μοιράστηκαν σε ίσες μερίδες το φαγητό τους με τον στρατιώτη Γ , που δεν έχει κανένα ψωμί. Ο Γ για να τους ευχαριστήσει τους δίνει 5 λίρες για να τις μοιραστούν. Πόσες λίρες πρέπει να πάρει ο καθένας από τους στρατιώτες A και B ;
- Ένας μοναχός στο Άγιο Όρος που μένει στη μονή A επισκέπτεται τον πνευματικό του που μένει στη μονή B και επιστρέφει από τον ίδιο δρόμο. Στα ανηφορικά τμήματα της διαδρομής περπατάει με ταχύτητα 2 χιλιόμετρα την ώρα, στα επίπεδα με 3 χιλιόμετρα την ώρα και στα κατηφορικά με 6 χιλιόμετρα την ώρα. Αν περπάτησε συνολικά 6 ώρες, πόση είναι η απόσταση ανάμεσα στις δύο μονές;
- Το ορθογώνιο της εικόνας αποτελείται από 12 τετράγωνα. Το χρωματισμένο τετράγωνο έχει εμβαδόν 1. Πόσο εμβαδόν έχει το ορθογώνιο αυτό;



Καλά και ευτυχισμένα Χριστούγεννα!
Σας εύχομαι το νέο έτος να είναι δημιουργικό, γεμάτο αγάπη και υγεία για εσάς και τις οικογένειές σας!

