

Άρρητοι Αριθμοί - Πραγματικοί Αριθμοί

7ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

Ρητές προσεγγίσεις του αριθμού $\sqrt{7}$

Βήμα 1ο: Στη δεύτερη στήλη του διπλανού πίνακα δίνονται τα τετράγωνα των αριθμών της πρώτης στήλης.

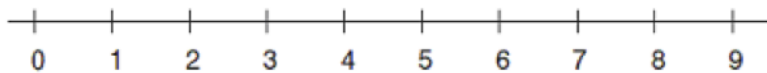
x	x ²
0	0
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81

(α) Μπορείτε να βρείτε τον αριθμό x του διπλανού πίνακα ώστε $x^2 = 7$;

Απάντηση:

(β) Να συμπληρώσετε την διπλανή ανισότητα: $\dots < \sqrt{7} < \dots$

(γ) Να τοποθετήσετε (κατά προσέγγιση) τον αριθμό $\sqrt{7}$ στον παρακάτω άξονα αριθμών:



Κάθε αριθμός που δεν μπορεί να πάρει την μορφή $\frac{\mu}{\nu}$, όπου μ, ν ακέραιοι, με $\nu \neq 0$, ονομάζεται **άρρητος** αριθμός.

Βήμα 2ο: Στη δεύτερη στήλη του διπλανού πίνακα δίνονται τα τετράγωνα των αριθμών της πρώτης στήλης.

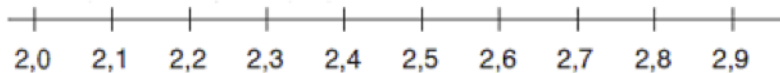
x	x ²
2,0	4,00
2,1	4,41
2,2	4,84
2,3	5,29
2,4	5,76
2,5	6,25
2,6	6,76
2,7	7,29
2,8	7,84
2,9	8,41

(α) Μπορείτε να βρείτε τον αριθμό x του διπλανού πίνακα ώστε $x^2 = 7$;

Απάντηση:

(β) Να συμπληρώσετε την διπλανή ανισότητα: $\dots < \sqrt{7} < \dots$

(γ) Να τοποθετήσετε (κατά προσέγγιση) τον αριθμό $\sqrt{7}$ στον παρακάτω άξονα αριθμών:



(δ) Μπορούμε να πούμε ότι με προσέγγιση ενός δεκαδικού (ή με προσέγγιση δεκάτου) ο αριθμός $\sqrt{7}$ είναι:

(με έλλειψη) $\sqrt{7} = \dots$ (με υπερβολή) $\sqrt{7} = \dots$

Βήμα 3ο: Στη δεύτερη στήλη του διπλανού πίνακα δίνονται τα τετράγωνα των αριθμών της πρώτης στήλης.

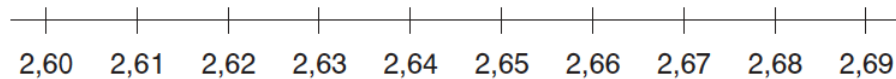
x	x ²
2,60	6,7600
2,61	6,8121
2,62	6,8644
2,63	6,9169
2,64	6,9696
2,65	7,0225
2,66	7,0756
2,67	7,1289
2,68	7,1824
2,69	7,2361

(α) Μπορείτε να βρείτε τον αριθμό x του διπλανού πίνακα ώστε $x^2 = 7$;

Απάντηση:

(β) Να συμπληρώσετε την διπλανή ανισότητα: $< \sqrt{7} <$

(γ) Να τοποθετήσετε (κατά προσέγγιση) τον αριθμό $\sqrt{7}$ στον παρακάτω άξονα αριθμών:



(δ) Μπορούμε να πούμε ότι με προσέγγιση δύο δεκαδικών

(ή με προσέγγιση εκατοστού) ο αριθμός $\sqrt{7}$ είναι:

(με έλλειψη) $\sqrt{7} =$ (με υπερβολή) $\sqrt{7} =$

Βήμα 4ο: Στη δεύτερη στήλη του διπλανού πίνακα δίνονται τα τετράγωνα των αριθμών της πρώτης στήλης.

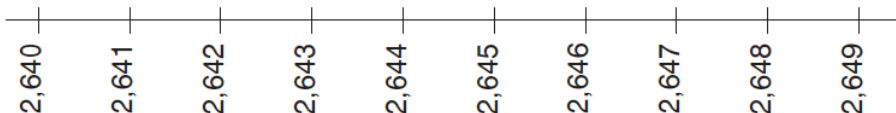
x	x ²
2,640	6,969600
2,641	6,974881
2,642	6,980164
2,643	6,985449
2,644	6,990736
2,645	6,996025
2,646	7,001316
2,647	7,006609
2,648	7,011904
2,649	7,017201

(α) Μπορείτε να βρείτε τον αριθμό x του διπλανού πίνακα ώστε $x^2 = 7$;

Απάντηση:

(β) Να συμπληρώσετε την διπλανή ανισότητα: $< \sqrt{7} <$

(γ) Να τοποθετήσετε (κατά προσέγγιση) τον αριθμό $\sqrt{7}$ στον παρακάτω άξονα αριθμών:



(δ) Μπορούμε να πούμε ότι με προσέγγιση τριών δεκαδικών

(ή με προσέγγιση χιλιοστού) ο αριθμός $\sqrt{7}$ είναι:

(με έλλειψη) $\sqrt{7} =$ (με υπερβολή) $\sqrt{7} =$

Συμπεράσματα: (Συνεχίζοντας επ' άπειρον την παραπάνω διαδικασία)

Δεν υπάρχει δεκαδικός αριθμός x (με πεπερασμένο πλήθος δεκαδικών ψηφίων) τέτοιος ώστε $x^2 = 7$. Δηλαδή ο αριθμός $\sqrt{7}$ είναι αριθμός.

Οι άρρητοι αριθμοί είναι δεκαδικοί αριθμοί με δεκαδικά ψηφία τα οποία όμως δεν είναι

“Για να φανταστούμε τη χρησιμότητα των μαθηματικών στη ζωή μας αρκεί να φανταστούμε τη ζωή μας χωρίς μαθηματικά.”

Λάο Τσε, Κινέζος φιλόσοφος.