

**“ Μένουμε Σπίτι ”**  
**...και κάνουμε Μαθηματικά !**  
**3ο Φύλλο Εργασίας**  
**Παραγοντοποίηση**

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπής

Άσκηση: (α') Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

- |                        |                             |
|------------------------|-----------------------------|
| i. $4y + 6$            | vii. $x^3 + 5x^2 + 2x + 10$ |
| ii. $x^2 + x$          | viii. $y^2 + 10y + 25$      |
| iii. $x^6y^2 + x^2y^2$ | ix. $x^2 + 6x + 8$          |
| iv. $x^2 - 81$         | x. $x^2 + x - 6$            |
| v. $9y^2 - 1$          | xi. $x^3 - x$               |
| vi. $4 - (x + 1)^2$    | xii. $x^3 + 2x^2 - x - 2$   |

(β') Να λύσετε τις εξισώσεις:

- |                    |                          |
|--------------------|--------------------------|
| i. $x^2 + x = 0$   | iii. $x^3 = x$           |
| ii. $x^2 - 81 = 0$ | iv. $x^3 + 2x^2 = x + 2$ |

Λύση:

- (α') i. 
$$4y + 6 = 2(2y + 3)$$
- ii. 
$$x^2 + x = x(x + 1)$$
- iii. 
$$x^6y^2 + x^2y^2 = x^2y^2(x^4 + 1)$$
- iv. 
$$x^2 - 81 = x^2 - 9^2 = (x - 9)(x + 9)$$
- v. 
$$9y^2 - 1 = (3y)^2 - 1^2 = (3y - 1)(3y + 1)$$
- vi. 
$$\begin{aligned} 4 - (x + 1)^2 &= 2^2 - (x + 1)^2 \\ &= [2 - (x + 1)][2 + (x + 1)] \\ &= (2 - x - 1)(2 + x + 1) \\ &= (1 - x)(3 + x) \end{aligned}$$

vii.

$$\begin{aligned}x^3 + 5x^2 + 2x + 10 &= x^2(x + 5) + 2(x + 5) \\ &= (x + 5)(x^2 + 2)\end{aligned}$$

viii.

$$y^2 + 10y + 25 = (y + 5)^2$$

ix.

$$\begin{aligned}x^2 + 6x + 8 &= x^2 + 4x + 2x + 8 \\ &= x(x + 4) + 2(x + 4) \\ &= (x + 4)(x + 2)\end{aligned}$$

x.

$$\begin{aligned}x^2 + x - 6 &= x^2 + 3x - 2x - 6 \\ &= x(x + 3) - 2(x + 3) \\ &= (x + 3)(x - 2)\end{aligned}$$

xi.

$$\begin{aligned}x^3 - x &= x(x^2 - 1) \\ &= x(x - 1)(x + 1)\end{aligned}$$

xii.

$$\begin{aligned}x^3 + 2x^2 - x - 2 &= x^2(x + 2) - (x + 2) \\ &= (x + 2)(x^2 - 1) \\ &= (x + 2)(x - 1)(x + 1)\end{aligned}$$

(β) i.

$$\begin{aligned}x^2 + x &= 0 \\ x(x + 1) &= 0, \quad \text{από το ii του (α)} \\ x = 0 \quad \text{ή} \quad x + 1 &= 0 \\ x = 0 \quad \text{ή} \quad x &= -1\end{aligned}$$

ii.

$$\begin{aligned}x^2 - 81 &= 0 \\ (x - 9)(x + 9) &= 0, \quad \text{από το iv του (α)} \\ x - 9 = 0 \quad \text{ή} \quad x + 9 &= 0 \\ x = 9 \quad \text{ή} \quad x &= -9\end{aligned}$$

iii.

$$x^3 = x$$

$$x^3 - x = 0$$

$$x(x-1)(x+1) = 0, \quad \text{από το xi του (α')}$$

$$x = 0 \quad \text{ή} \quad x - 1 = 0 \quad \text{ή} \quad x + 1 = 0$$

$$x = 0 \quad \text{ή} \quad x = 1 \quad \text{ή} \quad x = -1$$

iv.

$$x^3 + 2x^2 = x + 2$$

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x+2)(x-1)(x+1) = 0, \quad \text{από το xii του (α')}$$

$$x + 2 = 0 \quad \text{ή} \quad x - 1 = 0 \quad \text{ή} \quad x + 1 = 0$$

$$x = -2 \quad \text{ή} \quad x = 1 \quad \text{ή} \quad x = -1$$

*“Τα Μαθηματικά, περισσότερο από οποιαδήποτε άλλη τέχνη ή επιστήμη, είναι ένα παιχνίδι για νεαρή ηλικία”*

Hardy, Godfrey Harold, 1877 – 1947, Άγγλος μαθηματικός.