

“ Μένουμε Σπίτι ”
 ...και κάνουμε Μαθηματικά!
 Επαναληπτικές Ασκήσεις
 Γ Γυμνασίου

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπίης

12 Απριλίου 2020

Οι παρακάτω ασκήσεις έχουν ως στόχο να αποτελέσουν μια αφορμή για επανάληψη των εννοιών που έχετε διαδαχθεί μέχρι σήμερα. Προσπαθήστε να λύσετε τις παρακάτω ασκήσεις, αφού πρώτα μελετήσετε τη θεωρία και τις ασκήσεις των σημειώσεων σας.

Εύχομαι σύντομα να ξεπεράσουμε τις δυσκολίες και να επιστρέψουμε υγιείς και δυνατοί πίσω στο σχολείο μας.

1. Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή των παραστάσεων:

$$(α) A = \frac{18^4}{(-9)^4} - 2^2$$

$$(ε) E = \sqrt{2} \cdot \sqrt{50} + (\sqrt{3})^2$$

$$(β) B = \frac{4^{72}}{4^{70}} - (-2)^2$$

$$(ς) Z = \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} - \sqrt{(-2)^2}$$

$$(γ) Γ = 3^{12} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{12} - 2^{-2}$$

$$(ζ) H = \sqrt{3} (\sqrt{27} + \sqrt{3})$$

$$(δ) Δ = (2^3)^{-2} \cdot 2^5$$

$$(η) Θ = \sqrt{50} - \sqrt{8} - \sqrt{18}$$

2. (α) Να βρείτε το μονώνυμο το οποίο:

- i. είναι αντίθετο από το $-5x^3y^2$,
- ii. είναι όμοιο με το $-x^2y$ και έχει συντελεστή 2,
- iii. έχει μεταβλητές x, y , συντελεστή το -1 και είναι 1ου βαθμού ως προς x και 2ου βαθμού ως προς y ,
- iv. έχει μεταβλητές x, y , συντελεστή το $\sqrt{2}$ και είναι 2ου βαθμού ως προς x και 3ου βαθμού ως προς y .

(β) Να κάνετε τις πράξεις:

$$i. 3xy^2 + 4xy^2$$

$$iii. 3xy \cdot (-4x^3y)$$

$$ii. 3xy^2 - 4xy^2$$

$$iv. (3xy^2z) : (-4x^3yz)$$

3. Δίνεται το πολυώνυμο

$$Q(x) = (x - 5)(x + 1) - (3x - 2)^2 + 9$$

- (α) Να γράψετε το πολυώνυμο $Q(x)$ κατά τις φθίνουσες δυνάμεις του x και να βρείτε το βαθμό του.
 (β) Να παραγοντοποιήσετε το $Q(x)$.
 (γ) Να λύσετε την εξίσωση $Q(x) = 0$.
 (δ) Να βρείτε την τιμή $Q(-1)$.

4. Δίνεται το πολυώνυμο

$$P(x) = (2x + 1)^3 - 2x(2x - 1)(2x + 1) - 1$$

- (α) Να γράψετε το πολυώνυμο $P(x)$ κατά τις φθίνουσες δυνάμεις του x και να βρείτε το βαθμό του.
 (β) Να παραγοντοποιήσετε το $P(x)$.
 (γ) Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.
 (δ) Να αποδείξετε ότι: $P(\sqrt{2}) + P(-\sqrt{2}) = 48$.

5. Αν $x = 3 + \sqrt{5}$ και $y = 3 - \sqrt{5}$, να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$A = x^2 - 2xy + y^2.$$

6. (α) Να αποδείξετε ότι:

$$\left(\frac{4}{x} + x\right)^2 - \left(x - \frac{4}{x}\right)^2 = 16.$$

(β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$\left(\frac{1}{505} + 2020\right)^2 - \left(2020 - \frac{1}{505}\right)^2.$$

7. (α) Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

i. $x^2 - 16$

iii. $x^2 - 9x$

v. $3x^2 - 12$

ii. $x^3 + 25x$

iv. $x^2 - 4x + 4$

vi. $x^2 - 5x + 6$

(β) Να λύσετε τις εξισώσεις:

i. $x^2 - 16 = 0$

iii. $x^2 - 9x = 0$

v. $3x^2 - 12 = 0$

ii. $x^3 + 25x = 0$

iv. $x^2 - 4x + 4 = 0$

vi. $x^2 - 5x + 6 = 0$

(γ) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ορίζονται οι παραστάσεις:

i. $A = \frac{2x + 8}{x^2 - 16}$

iii. $\Gamma = \frac{3x - 6}{3x^2 - 12}$

v. $E = \frac{x - 2}{x^2 - 5x + 6}$

ii. $B = \frac{x^2 + 25}{x^3 + 25x}$

iv. $\Delta = \frac{2x - 4}{x^2 - 4x + 4}$

vi. $Z = \frac{x(x - 9) + x^2 - 81}{x^2 - 9x}$

(δ) Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις A, B, Γ, Δ, E και Z .

8. Για τις τιμές των μεταβλητών x και y που ορίζονται οι παρακάτω παραστάσεις, να αποδείξετε ότι:

(α) $\frac{x}{x-2} \cdot \frac{x-2}{x^2} = \frac{1}{x}$

(δ) $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x+y}{y-x} = 0$

(β) $\frac{x-2}{x^2-2x+1} \cdot \frac{x-1}{x-2} = \frac{1}{x-1}$

(ε) $\frac{3x+2}{x+3} - \frac{2x-1}{x+3} = 1$

(γ) $\frac{x^2-xy}{6y} : \frac{x^2-y^2}{6y^2} = \frac{xy}{x+y}$

(ς) $\frac{2x}{x^2-4} - \frac{1}{x-2} = \frac{1}{x+2}$

9. Δίνονται οι ρητές αλγεβρικές παραστάσεις:

$$A = \frac{x^2+x}{x^2-2x} \quad \text{και} \quad B = \frac{3x+6}{x^2-4}$$

(α) Να λύσετε τις εξισώσεις:

i. $x^2 - 2x = 0$

ii. $x^2 - 4 = 0$

(β) Να βρείτε τις τιμές της μεταβλητής x για τις οποίες ορίζονται οι παραστάσεις A και B και στη συνέχεια να τις απλοποιήσετε.

(γ) Για τις τιμές της μεταβλητής x που ορίζονται οι παραστάσεις A και B , να αποδείξετε ότι:

$$B - A = -1.$$

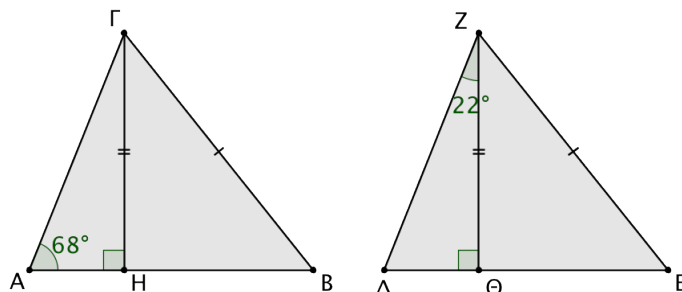
10. Δίνονται τα τρίγωνα $AB\Gamma$, ΔEZ και ΓH , $Z\Theta$, τα ύψη τους, αντίστοιχα. Επίσης, $\hat{A} = 68^\circ$, $\hat{Z}\Theta = 22^\circ$, $\Gamma H = Z\Theta$ και $\Gamma B = ZE$.

Να αποδείξετε ότι:

(α) $AH = \Delta\Theta$,

(β) $HB = \Theta E$

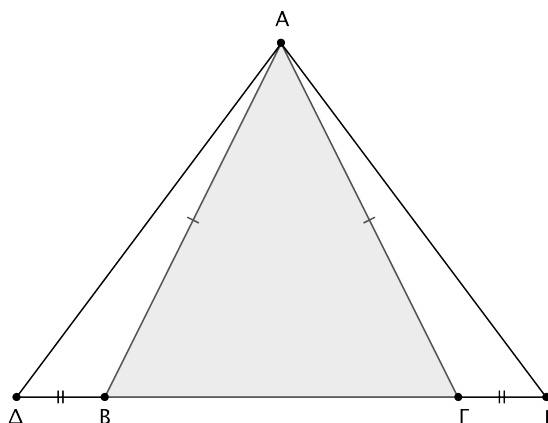
(γ) τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $EZ\Delta$ είναι ίσα.



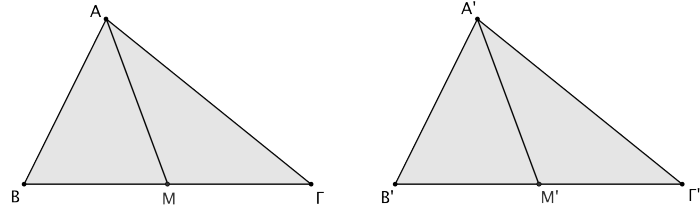
11. Δίνεται το ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Προεκτείνουμε την βάση $B\Gamma$ κατά ίσα τμήματα $B\Delta = \Gamma E$.

(α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισοσκελές.

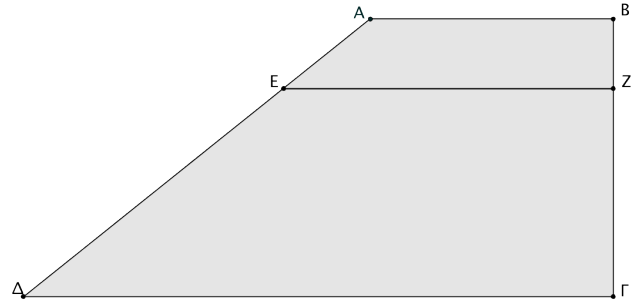
(β) Να αποδείξετε ότι η απόσταση του σημείου B από την πλευρά $A\Delta$ είναι ίση με την απόσταση του σημείου Γ από την πλευρά $A E$.



12. Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ είναι ίσα. Να αποδείξετε ότι οι διάμεσοι AM και $A'M'$ των τριγώνων, που αντιστοιχούν στις ίσες πλευρές $B\Gamma$ και $B'\Gamma'$, αντίστοιχα, είναι ίσες.



13. Στο τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Gamma\Delta$) το ευθύγραμμο τμήμα EZ είναι παράλληλο στις βάσεις του. Αν $AE = x$ cm, $BZ = x - 0,2$ cm, $E\Delta = 5$ cm και $Z\Gamma = x + 3$ cm, να υπολογίσετε την τιμή του x .

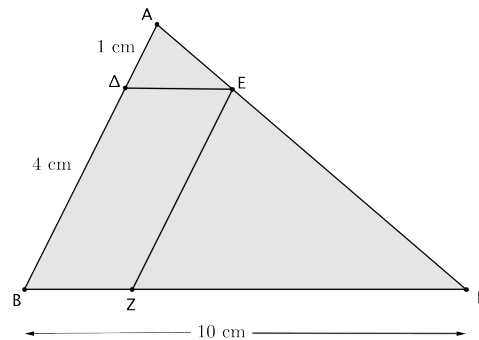


14. Στο διπλανό τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει ότι:

$$\Delta E \parallel B\Gamma \text{ και } E Z \parallel A B.$$

Αν $A\Delta = 1$ cm, $\Delta B = 4$ cm και $B\Gamma = 10$ cm, τότε:

- (α) να βρείτε το λόγο $\frac{\Gamma E}{A E}$,
 (β) το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος BZ .



Καλό Πάσχα!

Εύχομαι το Άγιο Φως της Ανάστασης να φωτίσει τις ζωές σας και να σας χαρίσει υγεία, χαρά και ευτυχία!