

“ Μένουμε Σπίτι ”
...και κάνουμε Μαθηματικά !
4ο Φύλλο Εργασίας
Τετραγωνική Ρίζα Θετικού Αριθμού
Άρρητοι-Πραγματικοί-Προβλήματα

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

Άσκηση:

Δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ με μήκη πλευρών (σε cm):

$$AB = \sqrt{78 + \sqrt{6 + \sqrt{9}}}, \quad AG = (\sqrt{7})^2 + \sqrt{(-8)^2} \quad \text{και} \quad BG = \sqrt{36 \cdot \sqrt{16}}.$$

(α') Να αποδείξετε ότι:

$$AB = 9 \text{ cm}, \quad AG = 15 \text{ cm} \quad \text{και} \quad BG = 12 \text{ cm}.$$

(β') Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο.

(γ') Να σχεδιάσετε το τρίγωνο ΑΒΓ και να υπολογίσετε, με προσέγγιση δεκάτου, το μήκος της διαμέσου ΑΜ.

(δ') Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΜΓ.

Λύση:

(α')

$$\begin{aligned} \sqrt{78 + \sqrt{6 + \sqrt{9}}} &= \sqrt{78 + \sqrt{6 + 3}} = \sqrt{78 + \sqrt{9}} \\ &= \sqrt{78 + 3} = \sqrt{81} = 9, \end{aligned}$$

$$(\sqrt{7})^2 + \sqrt{(-8)^2} = 7 + 8 = 15,$$

$$\sqrt{36 \cdot \sqrt{16}} = \sqrt{36 \cdot 4} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{4} = 6 \cdot 2 = 12.$$

Άρα:

$$AB = 9 \text{ cm}, \quad AG = 15 \text{ cm} \quad \text{και} \quad BG = 12 \text{ cm}.$$

(β') Έχουμε ότι:

$$AB^2 = 9^2 = 81, \quad AG^2 = 15^2 = 225 \quad \text{και} \quad BG^2 = 12^2 = 144.$$

Αφού ισχύει ότι:

$$AB^2 + BG^2 = 81 + 144 = 225 = AG^2,$$

τότε σύμφωνα με το αντίστροφο του Πυθαγορείου θεωρήματος, η γωνία \widehat{B} που βρίσκεται απέναντι από την μεγαλύτερη πλευρά AG είναι ορθή. Οπότε, το τρίγωνο ABG είναι ορθογώνιο με $\widehat{B} = 90^\circ$.

(γ') Το σημείο M είναι το μέσο του BG .

Άρα,

$$BM = MG = \frac{BG}{2} = 6 \text{ cm.}$$

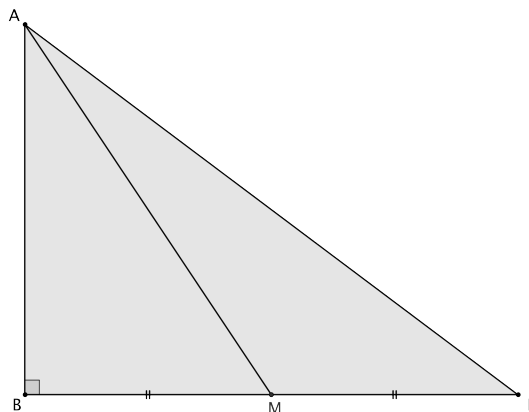
Στο ορθογώνιο τρίγωνο ABM , σύμφωνα με το Πυθαγόρειο θεώρημα, ισχύει ότι:

$$AM^2 = AB^2 + BM^2$$

$$AM^2 = 9^2 + 6^2$$

$$AM^2 = 81 + 36$$

$$AM = \sqrt{117} \text{ cm}$$



Έχουμε ότι:

$$11^2 = 121 > 117 \quad \text{και} \quad 10^2 = 100 < 117.$$

Άρα:

$$10^2 < 117 < 11^2, \quad \text{δηλαδή} \quad 10 < \sqrt{117} < 11.$$

Υπολογίζουμε τα τετράγωνα των αριθμών:

$$10, 1, 10, 2, 10, 3, 10, 4, 10, 5, 10, 6, 10, 7, 10, 8, 10, 9.$$

Παρατηρούμε ότι:

$$10, 8^2 = 116, 64 \quad \text{και} \quad 10, 9^2 = 118, 81.$$

Άρα:

$$10, 8^2 < 117 < 10, 9^2, \quad \text{δηλαδή} \quad 10, 8 < \sqrt{117} < 10, 9.$$

Οπότε, με προσέγγιση δεκάτου, το μήκος της διαμέσου AM είναι $10, 8 \text{ cm}$.

(δ') Έχουμε ότι:

$$\begin{aligned} (AMG) &= \frac{(\text{βάση}) \cdot (\text{αντίστοιχο ύψος})}{2} \\ &= \frac{MG \cdot AB}{2} = \frac{6 \cdot 9}{2} \text{ cm}^2 = 27 \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

“Τα Μαθηματικά δεν γνωρίζουν φυλές ή γεωγραφικά όρια, για τα μαθηματικά ο πολιτισμός όλου του κόσμου είναι μία χώρα.”

David Hilbert, 1862-1943, Γερμανός μαθηματικός.