

“ Μένουμε Σπίτι ”
...και κάνουμε Μαθηματικά!

5ο Φύλλο Εργασίας

Καρτεσιανές Συντεταγμένες-Εμβαδά-Πυθαγόρειο

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

Άσκηση:

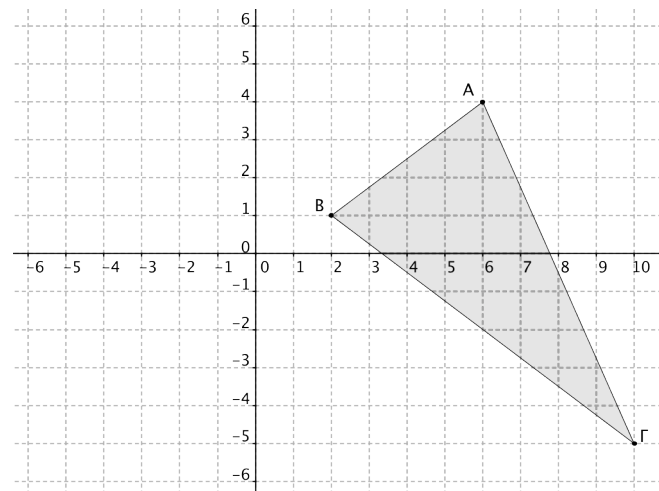
(α') Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων Α, Β και Γ.

(β') Να βρείτε τα μήκη των πλευρών του τριγώνου ΑΒΓ.

(γ') Να εξετάσετε αν το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο.

(δ') Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

(ε') Να σχεδιάσετε το ύψος ΑΔ του τριγώνου ΑΒΓ και να βρείτε το μήκος του.



(ς') Αν Ε είναι το συμμετρικό του σημείου Β ως προς τον άξονα $x'x$, να βρείτε:

- i. τις συντεταγμένες του σημείου Ε,
- ii. το εμβαδόν του τετραπλεύρου ΑΓΕΒ.

Λύση:

(α') Οι συντεταγμένες των σημείων είναι:

$$A(6, 4), B(2, 1) \text{ και } \Gamma(10, -5).$$

(β') Θεωρούμε τα σημεία:

$$K(2, 4), \Lambda(2, -5) \text{ και } M(10, 4).$$

Τα τρίγωνα ΑΚΒ, ΒΛΓ και ΑΜΓ είναι ορθογώνια.

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΒΚΑ, σύμφωνα με το Πυθαγόρειο θεώρημα:

$$AB^2 = BK^2 + AK^2$$

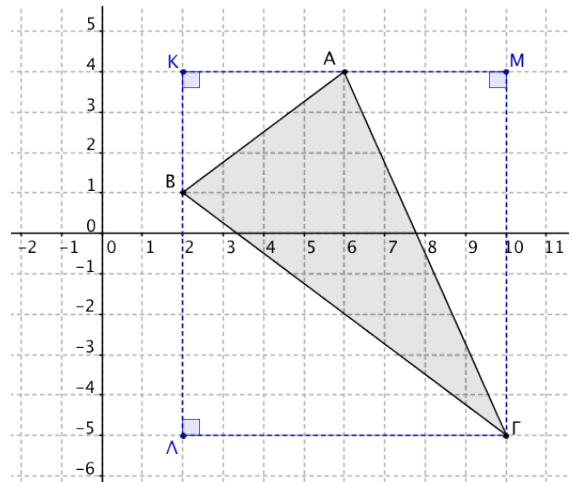
$$AB^2 = 3^2 + 4^2$$

$$AB^2 = 9 + 16$$

$$AB^2 = 25$$

$$AB = \sqrt{25}$$

$$AB = 5.$$



Στα ορθογώνια τρίγωνα ΒΛΓ και ΑΜΓ, σύμφωνα με το Πυθαγόρειο θεώρημα, προκύπτει ότι:

$$BΓ = 10 \text{ και } ΑΓ = \sqrt{97}.$$

(γ') Έχουμε ότι:

$$AB^2 = 25, \quad BΓ^2 = 100 \text{ και } ΑΓ^2 = 97.$$

Άρα:

$$AB^2 + ΑΓ^2 = 25 + 97 = 122 \neq BΓ^2.$$

Οπότε, το τρίγωνο ΑΒΓ δεν είναι ορθογώνιο.

(δ') Ισχύει ότι:

$$\begin{aligned} (ΑΒΓ) &= (ΚΛΓΜ) - (ΑΚΒ) - (ΒΛΓ) - (ΑΜΓ) \\ &= ΛΓ \cdot ΚΛ - \frac{ΚΒ \cdot ΚΑ}{2} - \frac{ΛΒ \cdot ΛΓ}{2} - \frac{ΜΑ \cdot ΜΓ}{2} \\ &= \left(8 \cdot 9 - \frac{3 \cdot 4}{2} - \frac{6 \cdot 8}{2} - \frac{4 \cdot 9}{2} \right) \text{ τ.μ} \\ &= (72 - 6 - 24 - 18) \text{ τ.μ} \\ &= 24 \text{ τ.μ} \end{aligned}$$

(ε') Σχεδιάζουμε το ύψος ΑΔ.

Γνωρίζουμε ότι (ΑΒΓ) = 24 τ.μ .

Άρα:

$$\frac{(\text{βάση}) \cdot (\text{αντίστοιχο ύψος})}{2} = 24$$

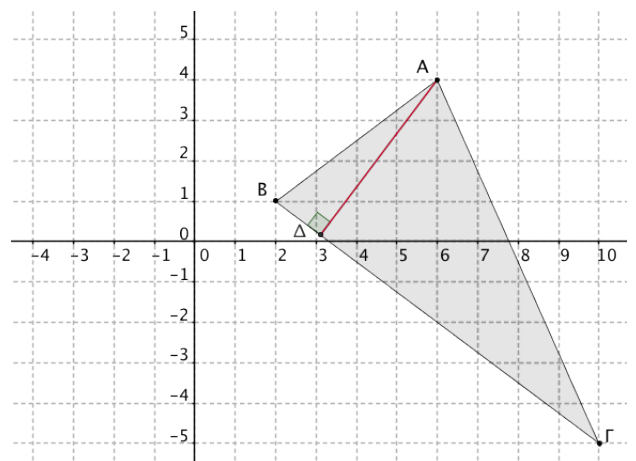
$$\frac{BΓ \cdot ΑΔ}{2} = 24$$

$$\frac{10 \cdot ΑΔ}{2} = 24$$

$$10 \cdot ΑΔ = 2 \cdot 24$$

$$10 \cdot ΑΔ = 48 \Rightarrow ΑΔ = \frac{48}{10}$$

$$ΑΔ = 4,8.$$

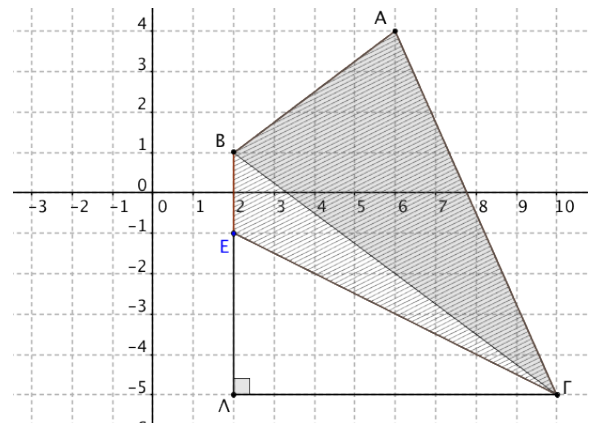


- (γ') i. $E(2, -1)$
 ii. Θα υπολογίσουμε το εμβαδόν του τριγώνου $ΒΕΓ$. Έχουμε:

$$\begin{aligned} (ΒΕΓ) &= (ΒΛΓ) - (ΕΛΓ) \\ &= \frac{ΛΒ \cdot ΛΓ}{2} - \frac{ΛΕ \cdot ΛΓ}{2} \\ &= (24 - 16) \text{ τ.μ} \\ &= 8 \text{ τ.μ} \end{aligned}$$

Οπότε :

$$\begin{aligned} (ΑΓΕΒ) &= (ΑΒΓ) + (ΒΕΓ) \\ &= (24 + 8) \text{ τ.μ} \\ &= 32 \text{ τ.μ} \end{aligned}$$



“Αυτοί που θα δουν καθαρά την αλήθεια των μαθηματικών, θα μπορέσουν να θαυμάσουν το μεγαλείο και τη δύναμη της φύσης, σ' αυτή τη διπλή απειρία που μας περιτριγυρίζει από παντού και να μάθουν από αυτή τη θαυμαστή θεώρηση πώς να γνωρίσουν τον εαυτό τους, βλέποντάς τον τοποθετημένο ανάμεσα σε μια απειρία και ένα τίποτα κίνησης, ανάμεσα σε μια απειρία και ένα τίποτα χρόνου. Έτσι θα μπορέσουν να μάθουν να αξιολογούν δίκαια τον εαυτό τους και να σχηματίζουν συλλογισμούς που να αξίζουν εν τέλει περισσότερο από όλες τις μαθηματικές γνώσεις”
 Blaise Pascal, 1623 – 1662, Γάλλος μαθηματικός-φυσικός.