

Μονότονες Συναρτήσεις-Αντίστροφη Συνάρτηση

Ολιγόλεπτη γραπτή δοκιμασία

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπίης

Ονοματεπώνυμο:

Βαθμός:

ΘΕΜΑ Α**A1.** Πότε μία συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ λέγεται 1 – 1;

.....

.....

Μονάδες 15

A2. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:*Υπάρχουν συναρτήσεις που είναι 1 – 1 αλλά δεν είναι γνησίως μονότονες.*

α) Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας το γράμμα Α, αν είναι αληθές, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδές.

.....

Μονάδες 4

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα α).

.....

.....

.....

.....

.....

Μονάδες 16

A3. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

- i. Μια συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει: $f(x_1) > f(x_2)$.
- ii. Η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x$ με $x \in \mathbb{R}$ έχει μία μόνο θέση ολικού μεγίστου.
- iii. Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A λέμε ότι παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ (ολικό) ελάχιστο, το $f(x_0)$, όταν $f(x) \geq f(x_0)$, για κάθε $x \in A$.
- iv. Αν μια συνάρτηση f είναι 1 – 1 στο πεδίο ορισμού της, τότε υπάρχουν σημεία της γραφικής της παράστασης με την ίδια τεταγμένη.

- v. Μια συνάρτηση f είναι $1-1$, αν και μόνο αν για κάθε στοιχείο y του συνόλου τιμών της η εξίσωση $f(x) = y$ έχει ακριβώς μία λύση ως προς x .
- vi. Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$.
- vii. Αν μια συνάρτηση f δεν αντιστρέφεται σε ένα διάστημα Δ , τότε η f δεν είναι γνησίως μονότονη στο Δ .

Μονάδες 21

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι συναρτήσεις:

$$f(x) = \sqrt{x+2}, \quad x \geq -1 \quad \text{και} \quad g(x) = (x-2)^2 + 1, \quad x \in \mathbb{R}.$$

B1. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση g δεν είναι $1-1$.

.....

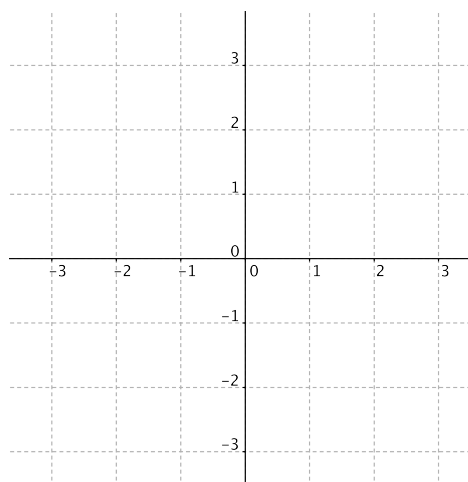
Μονάδες 10

B2. Να αποδείξετε ότι συνάρτηση f αντιστρέφεται και να βρείτε την αντίστροφη της, f^{-1} .

.....

Μονάδες 20

B3. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων την ευθεία $y = x$ και τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και f^{-1} .



Μονάδες 14

“Η αυστηρότητα για τα Μαθηματικά είναι ό,τι το ήθος για τον άνθρωπο”

André Weil, 1906 - 1998, Γάλλος μαθηματικός.