

Συντεταγμένες στο Επίπεδο

3ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατοίπης

Αν $\vec{\alpha} = (x, y)$,
τότε:
 $\vec{\alpha} = \vec{0} \Leftrightarrow$
 $x = 0$ και $y = 0$.

1. Δίνεται το διάνυσμα $\vec{\alpha} = (\lambda^2 - 9, \lambda^2 - 5\lambda + 6)$, $\lambda \in \mathbb{R}$. Για ποια τιμή του λ είναι:

(α) $\vec{\alpha} = \vec{0}$;

(β) $\vec{\alpha} \neq \vec{0}$ και $\vec{\alpha} \parallel y'y$;

Αν $\vec{\alpha} = (x, y)$,
τότε:
 $\vec{\alpha} \parallel x'x \Leftrightarrow$
 $y = 0$
και
 $\vec{\alpha} \parallel y'y \Leftrightarrow$
 $x = 0$

2. Δίνονται τα διανύσματα:

$$\vec{\alpha} = (-\kappa^2 + 13, 6) \text{ και } \vec{\beta} = (\lambda^2, \kappa\lambda), \kappa, \lambda \in \mathbb{R}.$$

Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς κ, λ , ώστε τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ να είναι ίσα.

Αν
 $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$
και
 $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$
τότε:
 $\vec{\alpha} = \vec{\beta} \Leftrightarrow$
 $x_1 = x_2$ και
 $y_1 = y_2$.

3. Δίνονται τα διανύσματα:

$$\vec{\alpha} = (-11, -1), \vec{\beta} = (3, -1) \text{ και } \vec{\gamma} = (-2, 3).$$

(α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων:

i. $\vec{\nu} = \vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$

ii. $\vec{\mu} = 3\vec{\alpha} + \vec{\beta} - \vec{\gamma}$

(β) Να γράψετε το διάνυσμα $\vec{\gamma}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

4. Δίνεται ότι:

$$A(3, -2), \Gamma(-2, -1), \text{ και } \vec{AB} = (1, -1).$$

(α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου B.

(β) Αν $\vec{AB} = \vec{\Gamma\Delta}$, να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Δ.

(γ) Αν $\vec{AE} = 3\vec{E\Gamma}$, να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου E.

Αν $A(x_1, y_1)$,
 $B(x_2, y_2)$, τότε:
 $\vec{AB} =$
 $(x_2 - x_1, y_2 - y_1)$.

Αν $A(x_1, y_1)$
και $B(x_2, y_2)$,
τότε το μέσο του

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right).$$

5. Δίνονται τα σημεία A (1, 4), B (3, 2) και Γ (-1, 5). Αν M είναι το μέσο του AB, να βρείτε:

(α) τις συντεταγμένες του σημείου M,

(β') το σημείο Δ, ώστε το Μ να είναι το μέσο του ΓΔ.

6. Δίνονται τα σημεία A (3, -1) και B (1, 3). Να βρείτε τις συντεταγμένες του συμμετρικού σημείου του A ως προς το σημείο B.
7. Αν τα σημεία Δ (1, -2), E (6, 1) και Z (2, 5) είναι τα μέσα των πλευρών AB, BΓ και ΓΑ αντίστοιχα του τριγώνου ABΓ, να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών του.
8. Δίνεται το παραλληλόγραμμο ABΓΔ με
 $A(6, -7), B(3, -10), \text{ και } \Gamma(-2, 1).$

Να βρείτε τις συντεταγμένες:

- (α') της κορυφής Δ,
 (β') του κέντρου Κ του παραλληλογράμμου ABΓΔ.

9. Να βρείτε το μοναδιαίο διάνυσμα \vec{a}_0 το οποίο έχει την ίδια κατεύθυνση με το $\vec{a} = (4, -3).$

Αν $\vec{a} = (x, y)$
 τότε: $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$

10. Δίνονται τα σημεία

Αν A (x₁, y₁)

και B (x₂, y₂),

τότε:

(AB) =

$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$

$A(1 + 2\alpha, 4\alpha - 2)$ και $B(5\alpha + 1, -\alpha), \alpha \in \mathbb{Z}.$

- (α) Να γράψετε το \vec{AB} συναρτήσει του α και να βρείτε το α, ώστε $|\vec{AB}| = 10.$
 (β) Έστω $\alpha = 2.$ Να βρείτε σημείο Μ του άξονα x'x ώστε το τρίγωνο ΜΑΒ να είναι ισοσκελές με βάση την ΑΒ.

11. Έστω τα σημεία A (-1, 2κ), B (κ - 1, 2 + κ) και Γ (κ, κ + 3), όπου κ πραγματικός αριθμός.

$\vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow \det(\vec{a}, \vec{b}) = 0$

- (α) Να βρείτε την τιμή του κ ώστε τα σημεία Α, Β, Γ να είναι συνευθειακά.
 (β) Αν $\kappa = 1,$
 i. να αποδείξετε ότι το σημείο Β είναι το μέσο του τμήματος ΑΓ,
 ii. να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα \vec{BA} με τον άξονα x'x.

12. Δίνονται τα σημεία A (1, 4), B (-1, 1) και Γ (3, 1).

- (α) Να αποδείξετε ότι τα σημεία Α, Β και Γ ορίζουν τρίγωνο.
 (β) Να βρείτε τα $|\vec{AB}|, |\vec{AG}|$ και $|\vec{BG}|.$
 (γ) Να βρείτε το είδος του τριγώνου ABΓ ως προς τις πλευρές του.
 (δ) Να βρείτε το μήκος της διαμέσου του τριγώνου ABΓ που αντιστοιχεί στην πλευρά ΒΓ.

“Φτιασμένες οι προλήψεις σε μια καθαρότητα μαθηματική, μας οδηγούν στη βαδύτερη γνώση του κόσμου.”

Οδυσσέας Ελύτης, 1911 – 1996, Έλληνας ποιητής.