

Μη Πεπερασμένο Όριο στο $x_0 \in \mathbb{R}$
Όριο Συνάρτησης στο Άπειρο
 Ολιγόλεπτη γραπτή δοκιμασία

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

Όνοματεπώνυμο:

Βαθμός:

ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρείστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

Για κάθε ζεύγος συναρτήσεων $f, g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, αν ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x)) = 0$.

α) Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας το γράμμα Α, αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδής.

.....

Μονάδες 4

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα α).

.....

Μονάδες 16

A2. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

i. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ και $f(x) > 0$ κοντά στο x_0 , τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$.

ii. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$, τότε $f(x) > 0$ κοντά στο x_0 .

iii. Αν $\alpha > 1$, τότε $\lim_{x \rightarrow -\infty} \alpha^x = 0$.

iv. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$ ή $-\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$.

v. Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι γνησίως φθίνουσα στο \mathbb{R} και υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ Β

B1. Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια :

i. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|2x^3 - 5x^2| + 2021x - 1}{-x^3 + 5x + 1}$

iv. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Μονάδες 10

Μονάδες 10

ii. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$

v. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\eta \mu x}{x^2}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Μονάδες 10

Μονάδες 10

iii. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x^2}$

vi. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{4x^2 + 1} + 2x$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Μονάδες 5

Μονάδες 10

B2. Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, αν ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 2}{f(x)} = +\infty$.

.....

.....

.....

Μονάδες 10

Σας εύχομαι επιτυχία!

“Τα Μαθηματικά γεννήθηκαν, δεν κατασκευάστηκαν.”

Henri Poincare, 1854-1912, Γάλλος μαθηματικός.