

Εξίσωση Ευθείας

5ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατοίπης

Συντελεστή
διεύθυνσης ή κλίση
μιας ευθείας (ϵ):
 $\lambda_\epsilon = \epsilon \phi \omega$, όπου
 $0^\circ \leq \omega < 180^\circ$, η
γωνία που σχηματίζει η
(ϵ) με τον άξονα $x'x$.

Αν $\omega = 90^\circ$, τότε δεν
ορίζεται συντελεστής
διεύθυνσης.

Η εξίσωση της ευθείας
που διέρχεται από το
 $A(x_0, y_0)$ και έχει
συντελεστή διεύθυνσης
 λ είναι $\epsilon : y - y_0 =$
 $\lambda_\epsilon(x - x_0)$.

Όταν "λέμε" εξίσωση
της ευθείας AB
εννοούμε την εξίσωση
της ευθείας που
διέρχεται από τα A και
B.

1. Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης:

- (α) της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $O(0, 0)$ και σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = \frac{3\pi}{4}$,
- (β) της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία $A(0, -2)$ και $B(-4, 0)$,
- (γ) της ευθείας (ϵ) που διέρχεται από το σημείο $O(0, 0)$ και είναι παράλληλη προς την ευθεία AB,
- (δ) της ευθείας (η) που διέρχεται από το σημείο $O(0, 0)$ και είναι κάθετη προς την ευθεία AB,

2. Δίνονται τα σημεία $A(0, 2)$ και $B(4, 0)$. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας, η οποία:

- (α) διέρχεται από το B και σχηματίζει γωνία 135° με τον άξονα $x'x$,
- (β) διέρχεται από το A και είναι παράλληλη προς το διάνυσμα $\vec{\delta}_1 = (-1, 2)$,
- (γ) διέρχεται από το σημείο A και είναι παράλληλη προς το διάνυσμα $\vec{\delta}_2 = (3, 0)$,
- (δ) διέρχεται από το σημείο B και είναι κάθετη προς το διάνυσμα $\vec{\delta}_2 = (3, 0)$,
- (ε) η οποία διέρχεται από τα σημεία A και B.

3. Δίνεται η ευθεία $\epsilon : y = x - 3$.

- (α) Να εξετάσετε αν η ευθεία ϵ διέρχεται από το σημείο $A(1, -2)$.
- (β) Να βρείτε την τιμή του πραγματικού αριθμού λ ώστε το σημείο $B(2\lambda - 1, \lambda + 1)$ να ανήκει στην ευθεία ϵ .
- (γ) Να βρείτε σημείο της ευθείας ϵ το οποίο έχει τεταγμένη ίση με 2.
- (δ) Να βρείτε σημείο της ευθείας ϵ του οποίου η τεταγμένη είναι διπλάσια της τετμημένης.

4. Δίνονται τα σημεία $A(1, 1)$ και $B(-3, 5)$.

- (α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A και B.

Αν η ευθεία ϵ
διέρχεται από τα
σημεία $A(x_1, y_1)$
και $B(x_2, y_2)$, με
 $x_1 \neq x_2$, τότε:
 $\lambda_\epsilon = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

 $\epsilon \parallel \eta \Leftrightarrow \lambda_\epsilon = \lambda_\eta$
 $\epsilon \perp \eta \Leftrightarrow$
 $\lambda_\epsilon \cdot \lambda_\eta = -1$.

Αν η ευθεία ϵ
διέρχεται από το
σημείο $A(x_0, y_0)$ και
 $\epsilon \parallel y'y$, τότε:
 $\epsilon : x = x_0$.

Αν η ευθεία ϵ
διέρχεται από το
σημείο $A(x_0, y_0)$ και
 $\epsilon \parallel x'x$, τότε:
 $\epsilon : y = y_0$.

- (β') Να βρείτε τα σημεία στα οποία η παραπάνω ευθεία τέμνει τους άξονες x' και y' .
- (γ') Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζει η παραπάνω ευθεία με τους άξονες.

5. Δίνονται οι ευθείες:

$$\varepsilon_1 : y = 3x - 1 \text{ και } \varepsilon_2 : y = -x + 3.$$

- (α') Να βρείτε το κοινό σημείο των $\varepsilon_1, \varepsilon_2$.
- (β') Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από το κοινό σημείο των $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ και είναι κάθετη στην ε_2 .
6. Δίνεται το παραλληλόγραμμο $ΑΒΓΔ$ με κέντρο το σημείο $K\left(\frac{13}{2}, -5\right)$ και εξισώσεις των ευθειών στις οποίες βρίσκονται οι πλευρές $ΑΒ$ και $ΑΔ$ τις

$$y = 3x - 22 \text{ και } y = \frac{1}{2}x - \frac{19}{2},$$

αντίστοιχα. Να βρείτε:

- (α) τις συντεταγμένες του σημείου A ,
- (β) τις συντεταγμένες του σημείου Γ ,
- (γ) την εξίσωση της ευθείας $B\Gamma$.
7. Δίνεται η ευθεία $\varepsilon : y = x + 2$ και το σημείο $A(2, 3)$. Να βρείτε:
- (α) την εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από το σημείο A και είναι κάθετη στην ε ,
- (β) τις συντεταγμένες της προβολής B του σημείου A στην ε ,
- (γ) τις συντεταγμένες του συμμετρικού σημείου A' του A ως προς την ε .
8. Δίνονται τα σημεία $A(2, 4)$, $B(0, -3)$ και $\Gamma(8, 1)$.
- (α) Να αποδείξετε ότι τα σημεία A , B και Γ αποτελούν κορυφές τριγώνου.
- (β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας του ύψους $ΑΔ$.
- (γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας της διαμέσου $ΑΜ$.
- (δ) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου της πλευράς $B\Gamma$.

9. Δίνεται τρίγωνο $ΑΒΓ$ με $A(2, 1)$. Οι ευθείες στις οποίες βρίσκονται το ύψος $BΔ$ και η διάμεσος ΓM έχουν εξισώσεις $y = \frac{1}{2}x + 1$ και $y = 2x$, αντίστοιχα. Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών B και Γ .

10. Δίνεται τρίγωνο $ΑΒΓ$ με $A(1, 2)$. Οι ευθείες στις οποίες βρίσκονται δύο διαμέσοι του έχουν εξισώσεις $y = 1$ και $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών στις οποίες βρίσκονται οι πλευρές του τριγώνου.

“Τα Μαθηματικά, περισσότερο από οποιαδήποτε άλλη τέχνη ή επιστήμη, είναι ένα παιχνίδι για νεαρή ηλικία”

Hardy, Godfrey Harold, 1877 – 1947, Άγγλος μαθηματικός.