

# Επανάληψη 3ου Κεφαλαίου

## Φύλλο Χριστουγέννων

### 7ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπίης

*Αγαπητά μου παιδιά, εύχομαι οι παρακάτω ασκήσεις να αποτελέσουν μια όμορφη μαθηματική συντροφιά τις γιορτινές αυτές ημέρες και να γίνουν αφορμή για μια μικρή επανάληψη. Να προσπαθήσετε να λύσετε τις παρακάτω ασκήσεις, αφού πρώτα μελετήσετε τις σημειώσεις των τετραδίων σας. Καλή δύναμη!*

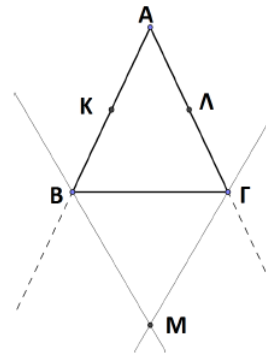
#### Ερωτήσεις Κατανόησης

1. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).
  - (α) Οποιαδήποτε δύο τρίγωνα, που έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία, είναι ίσα.
  - (β) Δύο ορθογώνια τρίγωνα με δύο πλευρές ίσες μία προς μία είναι πάντοτε ίσα.
  - (γ) Κάθε διάμεσος ισοσκελούς τριγώνου είναι διχοτόμος και ύψος.
  - (δ) Δύο ίσα τρίγωνα έχουν ίσες περιμέτρους.
  - (ε) Δεν υπάρχει αμβλυγώνιο και ισοσκελές τρίγωνο.
  - (ς) Κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της γωνίας.
  - (ζ) Αν δύο χορδές ενός κύκλου είναι ίσες, τότε και τα αποστήματα τους είναι ίσα.
  - (η) Κάθε εξωτερική γωνία ενός τριγώνου είναι αμβλεία.
  - (θ) Αν μια γωνία ενός τριγώνου είναι αμβλεία, τότε η απέναντι πλευρά της είναι η μεγαλύτερη πλευρά του τριγώνου.
  - (ι) Από τρία σημεία ενός κύκλου διέρχεται μοναδική ευθεία.
  - (ια) Υπάρχει τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές  $\alpha = 3$ ,  $\beta = 4$  και  $\gamma = 8$ .
  - (ιβ) Δύο κύκλοι έχουν διαφορά ακτίνων ίση με 3. Αν η διάκεντρος των κύκλων είναι ίση με 2, τότε οι κύκλοι τέμνονται.
  - (ιγ) Η διάκεντρος δύο τεμνόμενων κύκλων είναι μεσοκάθετος της κοινής χορδής τους.

2. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις.
- (α) Το ύψος που αντιστοιχεί στην βάση ισοσκελούς τριγώνου είναι ..... και .....
- (β) Ο ..... είναι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του επιπέδου, τα οποία ισαπέχουν από ένα σταθερό σημείο.
- (γ) Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του επιπέδου που ισαπέχουν από τις πλευρές μιας γωνίας είναι η ..... της.
- (δ) Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων που ισαπέχουν από τα άκρα ενός ευθύγραμμου τμήματος είναι η ..... του.

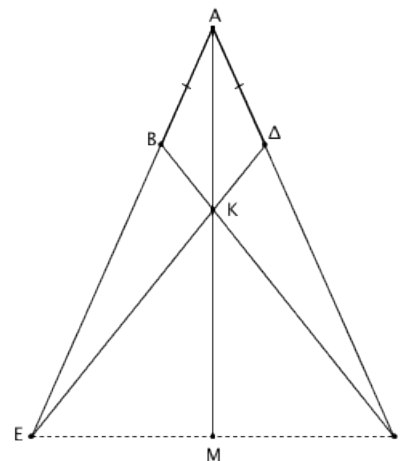
### Ασκήσεις

1. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ). Οι διχοτόμοι των εξωτερικών γωνιών  $B$  και  $\Gamma$  τέμνονται στο σημείο  $M$  και  $K, \Lambda$  είναι αντίστοιχα τα μέσα των πλευρών  $AB$  και  $A\Gamma$ .



- (α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο  $BM\Gamma$  είναι ισοσκελές με  $MB = M\Gamma$ .
- (β) Να δείξετε ότι  $MK = M\Lambda$ .

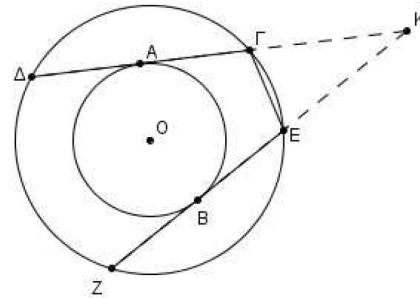
2. Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB < A\Gamma$ . Στην προέκταση της  $AB$  (προς το  $B$ ) θεωρούμε σημείο  $E$  έτσι ώστε  $AE = A\Gamma$ . Στην πλευρά  $A\Gamma$  θεωρούμε σημείο  $\Delta$  έτσι ώστε  $A\Delta = AB$ . Αν τα τμήματα  $\Delta E$  και  $B\Gamma$  τέμνονται στο  $K$  και η προέκταση της  $AK$  τέμνει την  $E\Gamma$  στο  $M$ , να αποδείξετε ότι:



- (α)  $B\Gamma = \Delta E$ ,
- (β)  $BK = K\Delta$ ,
- (γ) η  $AK$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $A$ ,
- (δ) η  $AM$  είναι μεσοκάθετος της  $E\Gamma$ .
3. Θεωρούμε τρίγωνο  $AB\Gamma$  και τα ύψη του  $B\Delta$  και  $\Gamma E$  που αντιστοιχούν στις πλευρές του  $A\Gamma$  και  $AB$  αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:
- (α) Αν το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ισοσκελές με  $AB = A\Gamma$ , τότε τα ύψη  $B\Delta$  και  $\Gamma E$  είναι ίσα.
- (β) Αν τα ύψη  $B\Delta$  και  $\Gamma E$  είναι ίσα, τότε το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ισοσκελές με  $A\Gamma = AB$ .

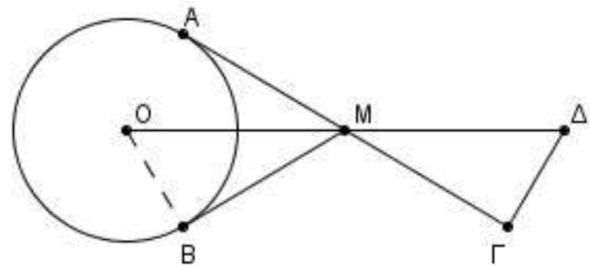
4. Δίνονται δύο ομόκεντροι κύκλοι με κέντρο  $O$  και ακτίνες  $\rho$  και  $R$  ( $\rho < R$ ). Οι χορδές  $\Delta\Gamma$  και  $Z\epsilon$  του κύκλου  $(O, R)$  εφάπτονται του κύκλου  $(O, \rho)$  στα σημεία  $A$  και  $B$  αντίστοιχα.

(α) Να αποδείξετε ότι  $\Delta\Gamma = Z\epsilon$



(β) Αν οι  $\Delta\Gamma$  και  $Z\epsilon$  προεκτεινόμενες τέμνονται στο σημείο  $K$ , να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $K\epsilon\Gamma$  είναι ισοσκελές.

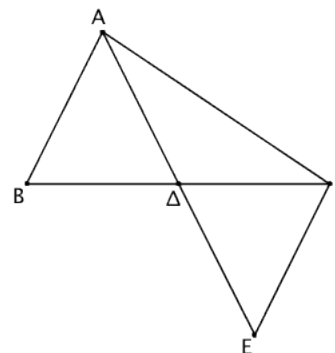
5. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος  $(O, R)$  και τα εφαπτόμενα τμήματα  $MA$  και  $MB$ . Προεκτείνουμε την  $AM$  κατά τμήμα  $M\Gamma = MA$  και την  $OM$  κατά τμήμα  $M\Delta = OM$ .



(α) Να αποδείξετε ότι  $MB = M\Gamma$ .

(β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $OMB$  και  $M\Gamma\Delta$  είναι ίσα.

6. Στο διπλανό σχήμα, η  $A\Delta$  είναι δι-άμεσος του τριγώνου  $AB\Gamma$  και το  $E$  είναι σημείο στην προέκταση της  $A\Delta$ , ώστε  $\Delta E = A\Delta$ . Να αποδείξετε ότι:



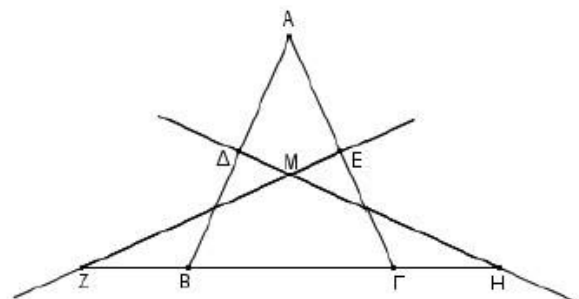
(α)  $AB = \Gamma E$ ,

(β)  $AE < AB + A\Gamma$ .

7. Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ). Οι μεσοκάθετες ευθείες των ίσων πλευρών του τέμνονται στο  $M$  και προεκτεινόμενες τέμνουν τη βάση  $B\Gamma$  στα σημεία  $Z$  και  $H$ .

(α) Να συγκρίνετε τα τρίγωνα  $\Delta B\Gamma$  και  $E\Gamma\Gamma$ .

(β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $MZH$  είναι ισοσκελές.



*Καλά και Ευτυχημένα Χριστούγεννα!!!*

*2021 ευχές για ένα ευτυχημένο και δημιουργικό νέο έτος!!!*