

Παράλληλες Ευθείες

8ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπίης

Αν δύο παράλληλες ευθείες τέμνονται από τρίτη, σχηματίζουν: τις εντός εναλλάξ γωνίες ίσες, τις εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες ίσες, τα αυτά μέρη γωνίες ίσες, τις εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες παραπληρωματικές. (Πρόταση I-Πόρισμα, σελίδα 82)

1. Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) φέρουμε το ύψος $A\Delta$ και μια ευθεία ϵ παράλληλη προς την $B\Gamma$, που τέμνει τις πλευρές AB και $A\Gamma$ στα σημεία E και Z αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

(α') Το τρίγωνο AEZ είναι ισοσκελές.

(β') Τα τρίγωνα $A\epsilon\Delta$ και $AZ\Delta$ είναι ίσα.

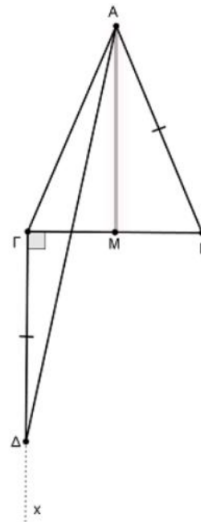
2. Δίνεται κύκλος κέντρου O , μια διάμετρος του AB και μια χορδή $A\Gamma$. Η παράλληλη ευθεία ϵ προς την $A\Gamma$ που διέρχεται από το κέντρο O τέμνει το τόξο $B\Gamma$ στο σημείο Δ . Να αποδείξετε ότι το Δ είναι το μέσο του τόξου $B\Gamma$.

3. Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ και $A\Delta$ διχοτόμος του. Από το σημείο Δ φέρουμε παράλληλη ευθεία στην AB που τέμνει την $A\Gamma$ στο E . Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισοσκελές.

4. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και η διάμεσός του AM . Φέρουμε ημικύκλιο $\Gamma\chi \perp B\Gamma$ προς το ημιεπίπεδο που δεν ανήκει το A και παίρνουμε σε αυτήν τμήμα $\Gamma\Delta = AB$. Να αποδείξετε ότι:

(α') $\widehat{\Delta A\Gamma} = \widehat{\Gamma \Delta A}$,

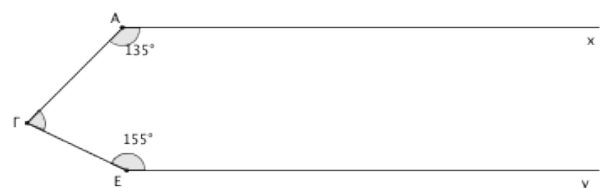
(β') η $A\Delta$ είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{M A \Gamma}$.



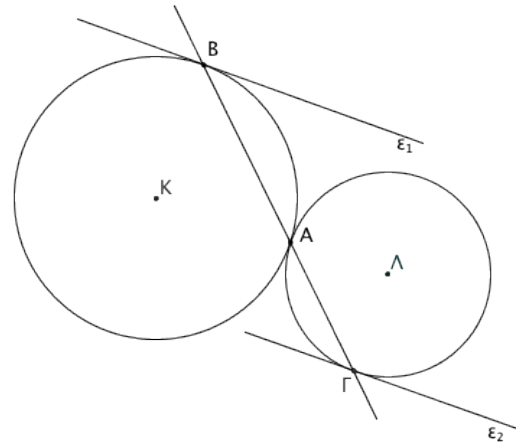
Δύο ευθείες κάθετες στην ίδια ευθεία, σε διαφορετικά σημεία της, είναι μεταξύ τους παράλληλες. (Πόρισμα II, σελίδα 81)

Αν δύο διαφορετικές ευθείες είναι παράλληλες προς μία τρίτη ευθεία, τότε είναι και μεταξύ τους παράλληλες. (Πρόταση II, σελίδα 82)

5. Στο διπλανό σχήμα οι ημιευθείες Ax και Ey είναι παράλληλες. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\widehat{A\Gamma E}$.



6. Οι κύκλοι (K, R) και (Λ, ρ) εφάπτονται στο σημείο A . Μια ευθεία διέρχεται από το A και τέμνει τους δύο κύκλους στα σημεία B και Γ . Να αποδείξετε ότι οι εφαπτομένες ϵ_1 και ϵ_2 των κύκλων στα σημεία B και Λ αντίστοιχα, είναι παράλληλες.

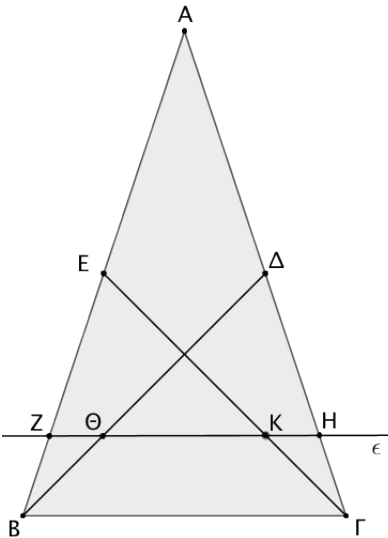


Αν δύο ευθείες
τεμνόμενες από τρίτη
σχηματίζουν δύο εντός,
εκτός και επί τα αυτά
μέρη γωνίες ίσες ή δύο
εντός και επί τα αυτά
μέρη
παραπληρωματικές,
τότε είναι
παράλληλες.
(Πόρισμα 1, σελίδα 81)

Αν δύο ευθείες
τεμνόμενες από τρίτη
σχηματίζουν δύο εντός
εναλλάξ γωνίες ίσες,
τότε είναι
παράλληλες.
(Θεώρημα, σελίδα 80).

7. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και οι διχοτόμοι $B\Delta$ και ΓE των γωνιών \widehat{B} και $\widehat{\Gamma}$. Από το σημείο A φέρουμε ευθεία $x'Ax \parallel B\Gamma$, που τέμνει τις προεκτάσεις των ΓE και $B\Delta$ αντίστοιχα στα σημεία Z και H .
Να αποδείξετε ότι $ZH = AB + A\Gamma$.

8. Στο ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) φέρουμε τις διαμέσους $B\Delta$ και ΓE . Μία ευθεία ϵ παράλληλη στη βάση $B\Gamma$ τέμνει τις πλευρές AB και $A\Gamma$ στα Z και H αντίστοιχα και τις διαμέσους $B\Delta$ και ΓE στα σημεία Θ και K αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:



- (α) $BZ = \Gamma H$.
- (β) Τα τρίγωνα $ZB\Theta$ και $H\Gamma K$ είναι ίσα.
- (γ) $ZK = H\Theta$.

9. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και οι διάμεσοι του BM και ΓN . Προεκτείνουμε τη BM κατά τμήμα $M\Delta = BM$ και τη ΓN κατά τμήμα $NE = \Gamma N$. Να αποδείξετε ότι:

- (α) $A\Delta \parallel B\Gamma$,
- (β) $AE \parallel B\Gamma$,
- (γ) E, A και Δ είναι συνευθειακά.

Από σημείο εκτός
ευθείας άγεται μία
μόνο παράλληλη προς
αυτή.
(Αίτημα
παραλληλίας)

“Φτιασμένες οι προλήψεις σε μια καθαρότητα μαθηματική, μας οδηγούν στη βαθύτερη γνώση του κόσμου.”

Οδυσσέας Ελύτης, 1911 – 1996, Έλληνας ποιητής.