

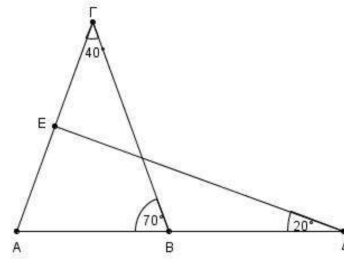
# Άθροισμα Γωνιών Τριγώνου Γωνίες με Πλευρές Κάθετες Άθροισμα Γωνιών Κυρτού ν-γώνου 10ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπίης

Το άθροισμα των  
γωνιών κάθε τριγώνου  
είναι δύο ορθές.  
(Θεώρημα, σελίδα 88)

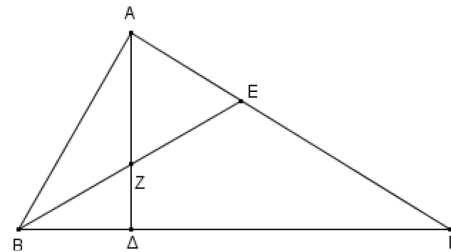
1. Στο διπλανό σχήμα, να αποδείξετε ότι:

- (α) το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ισοσκελές,  
(β) η γωνία  $\widehat{A\hat{E}\Delta}$  είναι ορθή.



2. Σε τρίγωνο  $AB\Gamma$  ισχύουν  $\widehat{A} + \widehat{\Gamma} = 2\widehat{B}$   
και  $\widehat{A} = 3\widehat{\Gamma}$ .

- (α) Να αποδείξετε ότι η γωνία  $\widehat{B}$   
είναι  $60^\circ$ .  
(β) Αν το ύψος  $A\Delta$  και η διχοτόμος  
του  $BE$  τέμνονται στο σημείο  $Z$ ,  
να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $AZE$   
είναι ισοπλευρό.



3. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $\widehat{A} = 90^\circ$ ) και  $A\Delta$  η διχοτόμος του. Από το σημείο  $\Delta$  φέρουμε την παράλληλη προς την  $AB$  που τέμνει την  $A\Gamma$  στο  $E$ .

- (α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $E\Delta\Gamma$  είναι ορθογώνιο.  
(β) Να υπολογίσετε τη γωνία  $\widehat{A\hat{\Delta}E}$ .  
(γ) Αν η γωνία  $\widehat{B}$  είναι 20 μοίρες μεγαλύτερη της γωνίας  $\widehat{\Gamma}$ , να υπολογίσετε τη γωνία  $\widehat{E\hat{\Delta}\Gamma}$ .

4. Σε τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $\widehat{B} > \widehat{\Gamma}$  φέρουμε το ύψος  $A\Delta$  και τη διχοτόμο  $AE$ .  
Να αποδείξετε ότι:

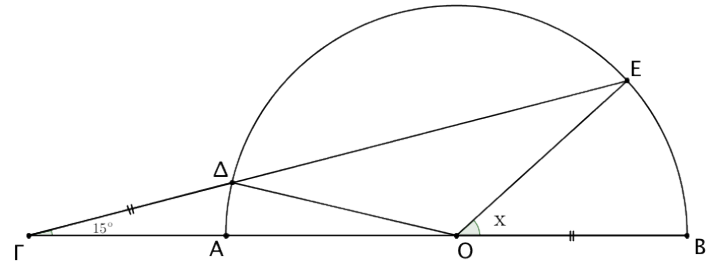
(α)  $\widehat{\Delta\hat{A}E} = 90^\circ - \widehat{A\hat{E}\Delta}$ ,

(γ)  $\widehat{\Delta\hat{A}E} = \frac{\widehat{B} - \widehat{\Gamma}}{2}$

(β)  $\widehat{A\hat{E}\Delta} = \widehat{\Gamma} + \frac{\widehat{B\hat{A}\Gamma}}{2}$

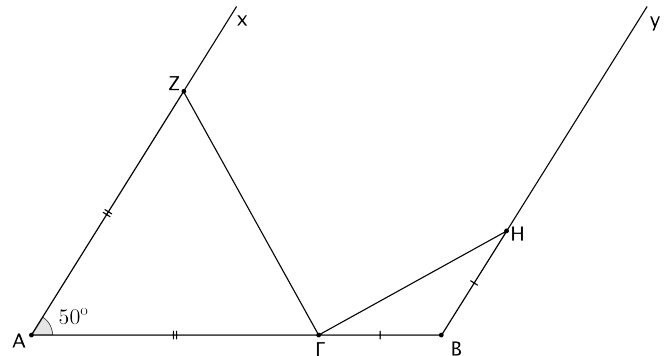
Κάθε εξωτερική γωνία  
τριγώνου είναι ίση με  
το άθροισμα των δύο  
απέναντι εσωτερικών  
γωνιών του τριγώνου.  
(Πόρισμα, σελίδα 89)

5. Στο ημικύκλιο διαμέτρου AB προεκτείνουμε την AB προς το μέρος του A και παίρνουμε ένα σημείο Γ. Θεωρούμε E ένα σημείο του ημικυκλίου και έστω Δ το σημείο τομής του τμήματος ΓE με το ημικύκλιο. Αν το τμήμα ΓΔ είναι ίσο με το OB και η γωνία BΓE είναι 15°, τότε:



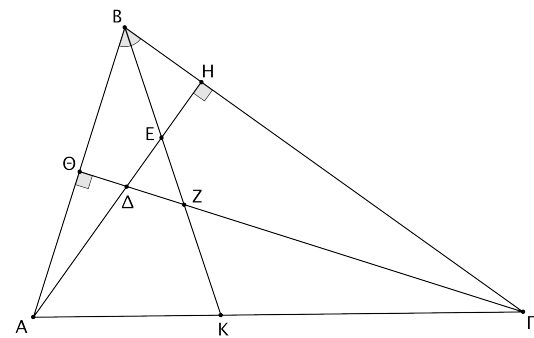
- (α) να αποδείξετε ότι  $\widehat{ODE} = 30^\circ$ , (β) να υπολογίσετε τη γωνία  $\widehat{EOB} = x$ .

6. Στο διπλανό σχήμα οι ημιευθείες Ax και By είναι παράλληλες. Επίσης, ισχύουν:  $AG = AZ$ ,  $GB = BH$  και  $\widehat{A} = 50^\circ$ .



- (α) Να υπολογίσετε τις γωνίες  $\widehat{AZG}$  και  $\widehat{HGB}$ .  
(β) Να αποδείξετε ότι  $\widehat{ZGH} = 90^\circ$ .

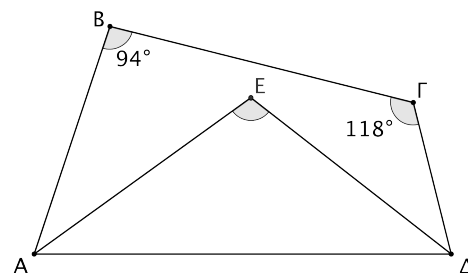
7. Στο τρίγωνο ABΓ τα ύψη AH και ΓΘ τέμνονται στο σημείο Δ και η διχοτόμος BK τέμνει τα δύο ύψη στα σημεία E και Z.



- (α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο EZΔ είναι ισοσκελές.  
(β) Αν  $\widehat{B} = 60^\circ$ , να αποδείξετε ότι το τρίγωνο EZΔ είναι ισόπλευρο.

Γωνίες με πλευρές κάθετες, είναι: ίσες αν και οι δύο είναι οξείες ή και οι δύο είναι αμβλείες και είναι παραπληρωματικές αν η μία είναι αμβλεία και η άλλη οξεία. (Θεώρημα, Πορίσματα, σελίδα 89)

8. Οι διχοτόμοι των γωνιών  $\widehat{A}$  και  $\widehat{D}$  του κυρτού τετραπλεύρου ABΓΔ τέμνονται στο σημείο E. Αν  $\widehat{B} = 94^\circ$  και  $\widehat{G} = 118^\circ$ , να υπολογίσετε τη γωνία  $\widehat{AED}$ .



Οι οξείες γωνίες ενός ορθογώνιου τριγώνου είναι συμπληρωματικές. (Πόρισμα, σελίδα 89)

Το άθροισμα των γωνιών ενός κυρτού ν-γώνου είναι  $(2n - 4)$  ορθές.

“Ο μαθηματικός, όπως ένας ζωγράφος ή ένας ποιητής, είναι ένας σχεδιαστής. Αν τα έργα που σχεδιάζει είναι διαχρονικότερα από εκείνων, αυτό οφείλεται στο ότι είναι φτιαγμένα από ιδέες”.

Hardy, Godfrey Harold, 1877 – 1947, Άγγλος μαθηματικός.