

Θεώρημα του Rolle
Θεώρημα Μέσης Τιμής
 Ολιγόλεπτη γραπτή δοκιμασία

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσίπης

Όνοματεπώνυμο:

Βαθμός:

ΘΕΜΑ Α

A1. Να διατυπώσετε το Θεώρημα Μέσης Τιμής του Διαφορικού Λογισμού και να το ερμηνεύσετε γεωμετρικά.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Μονάδες 30

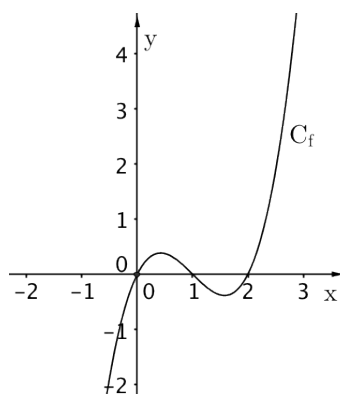
A2. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

- i. Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$ και παραγωγίσιμη στο (α, β) , ισχύει ότι υπάρχει $\xi \in (\alpha, \beta)$ τέτοιο ώστε η εφαπτομένη της C_f στο $A(\xi, f(\xi))$ να είναι παράλληλη στον $x'x$.
- ii. Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} με $f'(x) \neq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, τότε η f δεν είναι 1 – 1.
- iii. Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα κλειστό διάστημα $[\alpha, \beta]$, παραγωγίσιμη στο ανοικτό διάστημα (α, β) με $f(\alpha) < f(\beta)$, τότε υπάρχει εφαπτομένη της C_f που έχει θετική κλίση.
- iv. Αν η συνάρτηση f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} και $f''(x) \neq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, τότε η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει το πολύ δύο ρίζες στο \mathbb{R} .

Μονάδες 20

ΘΕΜΑ Β

B1. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.
 Θεωρείστε τον ισχυρισμό:
 Η εξίσωση $f'(x) = 0$ έχει δύο, τουλάχιστον, πραγματικές ρίζες.



α) Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας το γράμμα Α, αν είναι αληθές, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδές.

.....

Μονάδες 5

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα α).

.....

Μονάδες 25

B2. Έστω συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, η οποία είναι παραγωγίσιμη με την f' γνησίως φθίνουσα. Να αποδείξετε ότι

$$f'(1) + f(0) < f(1).$$

.....

Μονάδες 20

Σας εύχομαι επιτυχία!

“ Αυτό που αγάπησα στα Μαθηματικά, είναι το ότι οι αποδείξεις μιλούν από μόνες τους. Δεν χρειάζεται να παρουσιάσεις διαπιστευτήρια για αυτές και να πείσεις τους άλλους για την εγκυρότητα τους. Όλα είναι εκεί, μπροστά σου. ”

Du Sautoy, Marcus Peter Francis, 1965- , Άγγλος μαθηματικός.