Εργασία στον Κύκλο
Γενικές Ασκήσεις
9ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσίπης

1. Δίνεται ο κύκλος C με κέντρο το σημείο $K(3,2)$, ο οποίος διέρχεται από το σημείο $A(5,4)$.

   (α΄) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου C.

   (β΄) Να βρείτε την εφαπτομένη του κύκλου C στο σημείο του A.

   (γ΄) Να βρείτε τις εφαπτομένες του κύκλου C που είναι παράλληλες στο διάνυσμα $\overrightarrow{KA}$.

   (δ΄) Να αποδείξετε ότι το σημείο $P(-3,4)$ είναι εξωτερικό σημείο του κύκλου C και να βρείτε τις εφαπτομένες του C που διέρχονται από το σημείο P.

   Λύση:

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

2. Δίνεται η εξίσωση:

$$x^2 + y^2 - 4\lambda x - 2\lambda y - 5 = 0,\ \lambda \in \mathbb{R}. \qquad (1)$$

(α΄) Να αποδείξετε ότι για κάθε τιμή του λ η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο. Να εκφράσετε συναρτήσει του λ το κέντρο και την ακτίνα του.

(β΄) Να αποδείξετε ότι τα κέντρα των κύκλων που ορίζονται από την εξίσωση (1) βρίσκονται σε μια ευθεία, της οποίας να βρείτε την εξίσωση.

(γ΄) Να προσδιορίσετε την τιμή του λ για την οποία κύκλος που ορίζεται από την εξίσωση (1) εφάπτεται της ευθείας $\epsilon : 2x + y + 1 = 0$.

(δ΄) Να εξετάσετε αν υπάρχει τιμή του λ για την οποία ο κύκλος που ορίζεται από την εξίσωση (1) εφάπτεται στον άξονα $x'x$.

Λύση:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

¨Τα Μαθηματικά είναι χωρίς καμιά αμφιβολία η μόνη οικουμενική γλώσσα¨.
Connes, Alain, 1947−, Γάλλος μαθηματικός.