Επαναληπτικές Ασκήσεις

15ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσίπης

Αγαπητά μου παιδιά, οι παρακάτω ασκήσεις έχουν ως στόχο να αποτελέσουν μια αφορμή για επανάληψη των ενοτήτων 3.1 έως και 5.6 που έχετε διαδαχθεί μέχρι σήμερα.
Να προσπαθήσετε να λύσετε τις παρακάτω ασκήσεις, αφού πρώτα μελετήσετε τις σημειώσεις των τετραδίων σας. Καλή δύναμη!

Ερωτήσεις Σωστού-Λάθους

Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

(α΄) Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ενός ευθύγραμμου τμήματος ισαπέχει από τα άκρα του.

(β΄) Οι διαγώνιοι του ορθογωνίου τέμνονται κάθετα.

(γ΄) Δύο χορδές ενός κύκλου είναι ίσες όταν τα αποστήματά τους είναι ίσα.

(δ΄) Ένα τρίγωνο είναι οξυγώνιο όταν έχει μία οξεία γωνία.

(ε΄) Τα εφαπτόμενα τμήματα κύκλου, που άγονται από σημείο εκτός αυτού είναι μεταξύ τους ίσα.

(ϛ΄) Οποιαδήποτε δύο τρίγωνα, που έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία, είναι ίσα.

(ζ΄) Αν οι διαγώνιοι ενός ρόμβου είναι ίσες, τότε ο ρόμβος είναι τετράγωνο.

(η΄) Δύο κύκλοι (K, ρ_1) και (Λ, ρ_2) εφάπτονται εσωτερικά αν $\mathrm{K}\Lambda = \rho_1 + \rho_2$.

(θ΄) Αν ένα παραλληλογραμμο έχει ίσες διαγωνίους τότε είναι ορθογώνιο.

(ι΄) Το άθροισμα των γωνιών ενός ν-γώνου είναι $(2\nu + 4)$ ορθές.

(ια΄) Κάθε τετράπλευρο που οι διαγώνιοί του διχοτομούνται είναι παραλληλόγραμμο.

(ιβ΄) Οι διαγώνιοι του ρόμβου είναι ίσες και τέμνονται κάθετα.

(ιγ΄) Το σημείο τομής των μεσοκαθέτων ενός τριγώνου ονομάζεται περίκεντρο.

(ιδ΄) Το άθροισμα των εξωτερικών γωνιών ενός τριγώνου είναι 4 ορθές.

(ιε΄) Η διάμεσος BM ισοσκελούς τριγώνου $\mathrm{AB}\Gamma$ με $\mathrm{AB} = \mathrm{A}\Gamma$ είναι και ύψος.

(ιϛ΄) Δύο ορθογώνια τρίγωνα που έχουν δύο πλευρές τους ίσες μία προς μία είναι πάντα ίσα.

(ιζ΄) Δύο γωνίες που οι πλευρές τους είναι παράλληλες μία προς μία είναι πάντα ίσες.

Ασκήσεις

1. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με $ΑΒ = 2ΑΔ$ και $\widehat{Α} = 2\widehat{Δ}$.

   (α') Να υπολογιστούν οι γωνίες του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ.

   (β') Αν η διχοτόμος της γωνίας $\widehat{Δ}$ τέμνει την ΑΒ στο σημείο Ε, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές.

   (γ') Να αποδείξετε ότι η γωνία $\widehat{ΔΕΓ}$ είναι ορθή.

2. Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ.
   Φέρνουμε το ύψος του ΑΔ και το προεκτείνουμε προς το μέρος του Δ κατά τμήμα $ΔΕ = ΑΔ$.

   (α') Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΕ είναι ισοσκελές.

   (β') Αν Μ είναι το μέσο του ΒΕ, να αποδείξετε ότι $ΜΔ = \frac{ΑΒ}{2}$.

   (γ') Αν Λ είναι το μέσο του ΑΒ, να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΛΔΜΒ είναι ρόμβος.

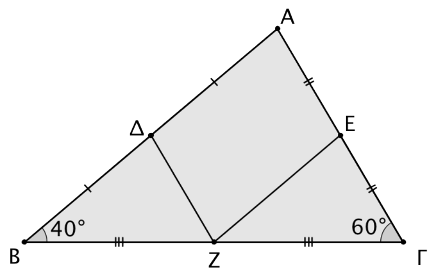
3. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\widehat{Β} = 40^o$ και $\widehat{Γ} = 60^o$.
   Επίσης, τα σημεία Δ, Ε και Ζ είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ, ΑΓ και ΒΓ αντίστοιχα.

   (α') Να υπολογίσετε τη γωνία $\widehat{Α}$ του τριγώνου ΑΒΓ.

   (β') Να αποδείξετε ότι $ΔΖ \parallel ΑΓ$ και $ΖΕ \parallel ΑΒ$.

   (γ') Να υπολογίσετε τη γωνία $Δ\widehat{Ζ}Ε$.

   (δ') Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΒΔΖ.



4. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και Ε το μέσο της ΒΓ.
   Έστω ότι η προέκταση της ΔΕ τέμνει την προέκταση της ΑΒ στο σημείο Ζ.

   (α') Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΔΕΓ και ΒΕΖ είναι ίσα.

   (β') Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΔΒΖΓ είναι παραλληλόγραμμο.

   (γ') Να αποδείξετε ότι $ΑΖ = 2ΔΓ$.

5. Σε τρίγωνο ΑΒΓ με $ΑΒ < ΑΓ$ προεκτείνουμε το ύψος ΑΔ και τη διάμεσο ΑΜ κατά τμήματα $ΔΕ = ΑΔ$ και $ΜΝ = ΑΜ$.
   Να αποδείξετε ότι:

   (α') $ΔΜ \parallel ΕΝ$,

   (β') το τρίγωνο ΑΒΕ είναι ισοσκελές,

   (γ') το ΑΒΝΓ είναι παραλληλόγραμμο,

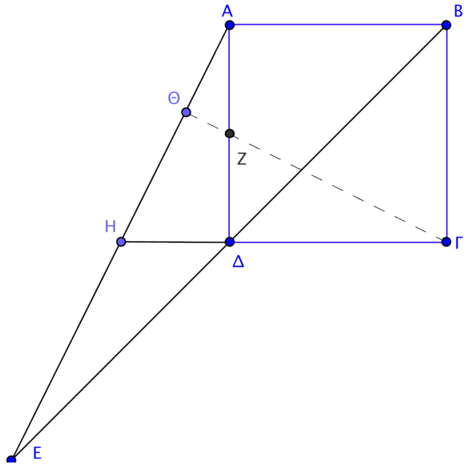
   (δ') $ΒΕ = ΝΓ$.

6. Δίνεται τετράγωνο $ΑΒΓΔ$. Προεκτείνουμε την $ΒΔ$ κατά τμήμα $ΔΕ = ΒΔ$ και έστω $Η$ το σημείο τομής της $ΓΔ$ με την $ΑΕ$. Αν $Ζ$ είναι το μέσο της $ΑΔ$ και οι $ΓΖ$ και $ΑΕ$ τέμνονται στο $Θ$, να αποδείξετε ότι:

   (α΄) $ΔΗ = \frac{ΑΒ}{2}$,

   (β΄) τα τρίγωνα $ΑΔΗ$ και $ΓΔΖ$ είναι ίσα,

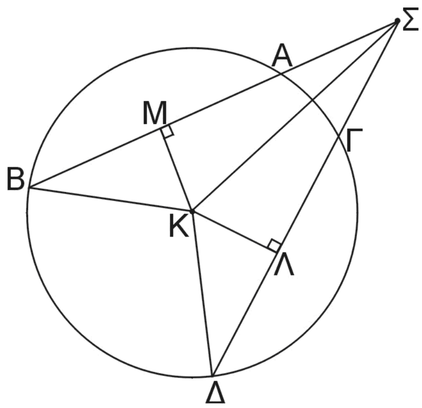
   (γ΄) $ΓΘ \perp ΑΕ$.



7. Δίνεται κύκλος κέντρου $Κ$ και ένα σημείο $Σ$ στο εξωτερικό του. Από το $Σ$ φέρνουμε δύο τέμνουσες $ΣΑΒ$ και $ΣΓΔ$ τέτοιες ώστε $ΣΒ = ΣΔ$. Αν $ΚΜ \perp ΣΒ$ και $ΚΛ \perp ΣΔ$ να αποδείξετε ότι:

   (α΄) τα τρίγωνα $ΣΚΒ$ και $ΣΚΔ$ είναι ίσα και $ΣΚ$ είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{Σ}$.

   (β΄) $ΚΜ = ΚΛ$ και $ΣΑ = ΣΓ$.



8. Από σημείο $Δ$ της βάσης $ΒΓ$ ισοσκελούς τριγώνου $ΑΒΓ$ φέρνουμε παράλληλες ευθείες προς τις πλευρές $ΑΒ$ και $ΑΓ$.
   Αν $Ε$ και $Ζ$ είναι τα σημεία στα οποία οι παράλληλες τέμνουν τις πλευρές $ΑΒ$ και $ΑΓ$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

   (α΄) το $ΑΖΔΕ$ είναι παραλληλόγραμμο,

   (β΄) η περίμετρος του παραλληλογράμμου $ΑΖΔΕ$ ισούται με το άθροισμα των ίσων πλευρών του ισοσκελούς τριγώνου.

Καλό Πάσχα!

Εύχομαι το Άγιο Φως της Ανάστασης να φωτίσει τις ζωές σας και
να σας χαρίσει υγεία, χαρά και ευτυχία!