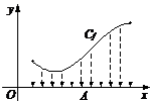


Γραφική Παράσταση Συνάρτησης

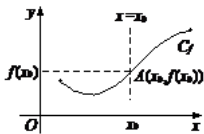
15ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατοίπης

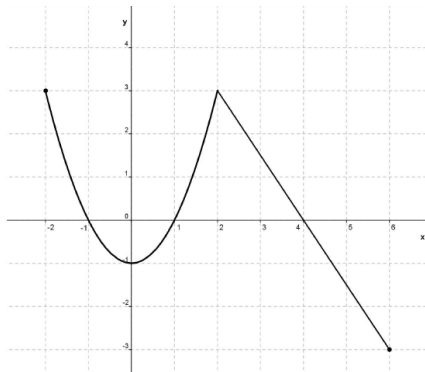
Το πεδίο ορισμού της f είναι το σύνολο A_f των τετμημένων των σημείων της C_f .



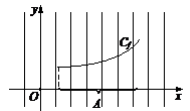
Η τιμή της f στο x_0 είναι η τεταγμένη του σημείου τομής της ευθείας $x = x_0$ και της C_f .



1. Στο παρακάτω σύστημα συντεταγμένων δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f .



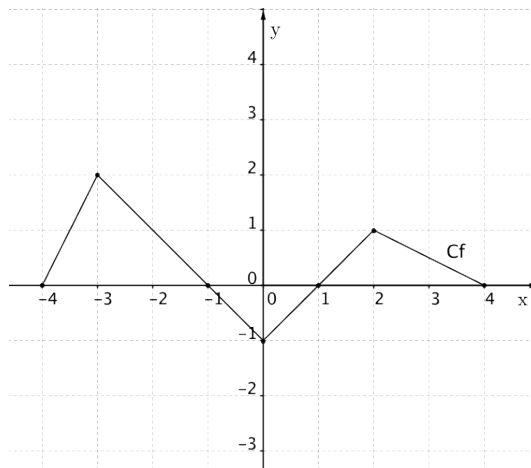
Κάθε κατακόρυφη ευθεία τέμνει τη γραφική παράσταση της f το πολύ σε ένα σημείο. Αυτό συμβαίνει διότι για κάθε $x \in A_f$ αντιστοιχίζεται ένα ακριβώς $y \in \mathbb{R}$



- (α) Να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .
- (β) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών:

x	-2	-1		2	
$f(x)$			-1		-3
- (γ) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με τους άξονες.
- (δ) Να προσδιορίσετε τα διαστήματα του πεδίου ορισμού στα οποία η συνάρτηση παίρνει αρνητικές τιμές.

2. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f .



Το σύνολο τιμών της f είναι το σύνολο των τεταγμένων των σημείων της C_f .



Οι λύσεις της ανίσωσης $f(x) > 0$, με $x \in A_f$, είναι οι τετμημένες των σημείων της C_f που βρίσκονται πάνω από τον άξονα $x'x$.

- (α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .
- (β) Να βρείτε το σύνολο τιμών της συνάρτησης f .
- (γ) Να βρείτε τις τιμές:

$$f(-3), f\left(-\frac{5}{2}\right), f(0) \text{ και } f(1).$$

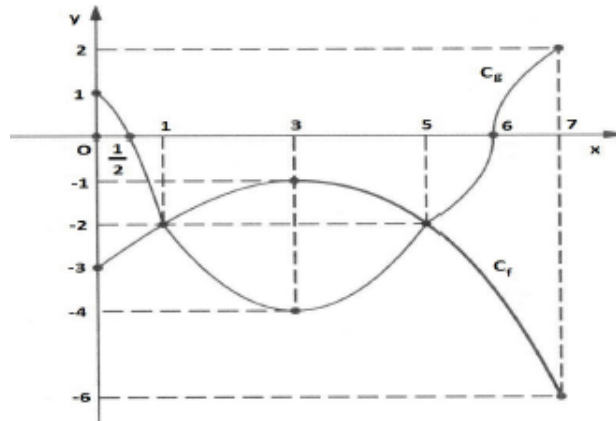
- (δ) Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$f(x) = 0, f(x) = 1 \text{ και } f(x) = -2.$$

- (ε) Να λύσετε τις ανισώσεις:

$$f(x) > 0 \text{ και } f(x) > 1.$$

3. Στο παρακάτω σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g .



- (α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων f και g .
- (β) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = g(x)$.
- (γ) Να λύσετε την ανίσωση $f(x) < g(x)$.

4. Δίνονται οι συναρτήσεις

$$g(x) = x - 9 \text{ και } f(x) = x^2 - 4x + \alpha, \alpha \in \mathbb{R}.$$

- (α) Αν το σημείο $M(1, -8)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της συνάρτησης f , να υπολογίσετε την τιμή του α .
- (β) Αν $\alpha = -5$, να βρείτε:
 - i. τα κοινά σημεία της C_f με τους άξονες,
 - ii. τα κοινά σημεία των C_f και C_g ,
 - iii. τις τετμημένες των σημείων της C_f που βρίσκονται κάτω από την C_g .

“Η ζωή αξίζει μόνο για δύο πράγματα: για να μελετά κανείς Μαθηματικά και για να τα διδάσκει”

S. D. Poisson, 1781 - 1840, Γάλλος μαθηματικός.

Οι τετμημένες των σημείων τομής της C_f με τον άξονα $x'x$ είναι οι λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$, με $x \in A_f$.
Αν $0 \in A_f$, τότε η τεταγμένη του σημείου τομής της C_f με τον $y'y$ είναι η τιμή $f(0)$.

Οι λύσεις της ανίσωσης $f(x) > g(x)$, με $x \in A_f \cap A_g$, είναι οι τετμημένες των σημείων της C_f που βρίσκονται πάνω από τη C_g .

Οι λύσεις της εξίσωσης $f(x) = g(x)$, με $x \in A_f \cap A_g$, είναι οι τετμημένες των σημείων τομής της C_f με την C_g .

Το σημείο $M(\alpha, \beta)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της f αν και μόνο αν $f(\alpha) = \beta$.
Δηλαδή, $M(\alpha, \beta) \in C_f \Leftrightarrow f(\alpha) = \beta$.

