

Συντεταγμένες στο Επίπεδο

3ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

Αν $\vec{\alpha} = (x, y)$,
τότε:
 $\vec{\alpha} = \vec{0} \Leftrightarrow$
 $x = 0$ και $y = 0$.

Αν $\vec{\alpha} = (x, y)$,
τότε:
 $\vec{\alpha} \parallel x'x \Leftrightarrow$
 $y = 0$
και
 $\vec{\alpha} \parallel y'y \Leftrightarrow$
 $x = 0$

1. Δίνεται το διάνυσμα $\vec{\alpha} = (\lambda^2 - 9, \lambda^2 - 5\lambda + 6)$, $\lambda \in \mathbb{R}$. Για ποια τιμή του λ είναι:

(α) $\vec{\alpha} = \vec{0}$;

(β) $\vec{\alpha} \neq \vec{0}$ και $\vec{\alpha} \parallel y'y$;

2. Δίνονται τα διανύσματα:

$\vec{\alpha} = (-\kappa^2 + 13, 6)$ και $\vec{\beta} = (\lambda^2, \kappa\lambda)$, $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$.

Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς κ, λ , ώστε τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ να είναι ίσα.

3. Δίνονται τα διανύσματα:

$\vec{\alpha} = (-11, -1)$, $\vec{\beta} = (3, -1)$ και $\vec{\gamma} = (-2, 3)$.

(α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων:

i. $\vec{\nu} = \vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$

ii. $\vec{\mu} = 3\vec{\alpha} + \vec{\beta} - \vec{\gamma}$

(β) Να γράψετε το διάνυσμα $\vec{\gamma}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

4. Δίνεται ότι:

$A(3, -2)$, $\Gamma(-2, -1)$, και $\vec{AB} = (1, -1)$.

(α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Β.

(β) Αν $\vec{AB} = \vec{\Gamma\Delta}$, να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Δ.

(γ) Αν $\vec{AE} = 3\vec{E\Gamma}$, να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Ε.

Αν $A(x_1, y_1)$,
 $B(x_2, y_2)$, τότε:
 $\vec{AB} =$
 $(x_2 - x_1, y_2 - y_1)$.

5. Δίνονται τα σημεία $A(1, 4)$, $B(3, 2)$ και $\Gamma(-1, 5)$.

Αν Μ είναι το μέσο του ΑΒ, να βρείτε:

(α) τις συντεταγμένες του σημείου Μ,

(β) το σημείο Δ, ώστε το Μ να είναι το μέσο του ΓΔ.

Αν $A(x_1, y_1)$
και $B(x_2, y_2)$,
τότε το μέσο του
ΑΒ είναι
 $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$.

6. Δίνονται τα σημεία $A(3, -1)$ και $B(1, 3)$. Να βρείτε τις συντεταγμένες του συμμετρικού σημείου του Α ως προς το σημείο Β.

7. Αν τα σημεία $\Delta (1, -2)$, $E (6, 1)$ και $Z (2, 5)$ είναι τα μέσα των πλευρών AB , $B\Gamma$ και ΓA αντίστοιχα του τριγώνου $AB\Gamma$, να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών του.

8. Δίνεται το παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με

$$A (6, -7), B (3, -10), \text{ και } \Gamma (-2, 1).$$

Να βρείτε τις συντεταγμένες:

(α) της κορυφής Δ ,

(β) του κέντρου K του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$.

9. Να βρείτε το μοναδιαίο διάνυσμα $\vec{\alpha}_0$ το οποίο έχει την ίδια κατεύθυνση με το $\vec{\alpha} = (4, -3)$.

$$\begin{aligned} \text{Αν } \vec{\alpha} &= (x, y) \\ \text{τότε: } |\vec{\alpha}| &= \sqrt{x^2 + y^2} \end{aligned}$$

$$\text{Αν } A (x_1, y_1)$$

$$\text{και } B (x_2, y_2),$$

τότε:

$$|AB| =$$

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

10. Δίνονται τα σημεία

$$A (1 + 2\alpha, 4\alpha - 2) \text{ και } B (5\alpha + 1, -\alpha), \alpha \in \mathbb{Z}.$$

(α) Να γράψετε το $|\vec{AB}|$ συναρτήσει του α και να βρείτε το α , ώστε $|\vec{AB}| = 10$.

(β) Έστω $\alpha = 2$. Να βρείτε σημείο M του άξονα $x'x$ ώστε το τρίγωνο MAB να είναι ισοσκελές με βάση την AB .

11. Έστω τα σημεία $A (-1, 2\kappa)$, $B (\kappa - 1, 2 + \kappa)$ και $\Gamma (\kappa, \kappa + 3)$, όπου κ πραγματικός αριθμός.

$$\begin{aligned} \vec{\alpha} \parallel \vec{\beta} &\Leftrightarrow \\ \det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) &= 0 \end{aligned}$$

(α) Να βρείτε την τιμή του κ ώστε τα σημεία A, B, Γ να είναι συνευθειακά.

(β) Αν $\kappa = 1$,

i. να αποδείξετε ότι το σημείο B είναι το μέσο του τμήματος $A\Gamma$,

ii. να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα \vec{BA} με τον άξονα $x'x$.

12. Δίνονται τα σημεία $A (1, 4)$, $B (-1, 1)$ και $\Gamma (3, 1)$.

(α) Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, B και Γ ορίζουν τρίγωνο.

(β) Να βρείτε τα $|\vec{AB}|$, $|\vec{A\Gamma}|$ και $|\vec{B\Gamma}|$.

(γ) Να βρείτε το είδος του τριγώνου $AB\Gamma$ ως προς τις πλευρές του.

(δ) Να βρείτε το μήκος της διαμέσου του τριγώνου $AB\Gamma$ που αντιστοιχεί στην πλευρά $B\Gamma$.

“Φτιασμένες οι προλήψεις σε μια καθαρότητα μαθηματική, μας οδηγούν στη βαδύτερη γνώση του κόσμου.”

Οδυσσέας Ελύτης, 1911 – 1996, Έλληνας ποιητής.