

# Απόλυτη Τιμή Πραγματικού Αριθμού

## 4ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατοίπης

Η απόλυτη τιμή ενός θετικού αριθμού είναι ο ίδιος ο αριθμός.  
Αν  $\alpha > 0$ , τότε  $|\alpha| = \alpha$

1. Να υπολογίσετε την τιμή των παρακάτω παραστάσεων.

(α)  $|-3| + |-2|$

(δ)  $|2| - |-3|$

(β)  $|5| + |-2|$

(ε)  $|\sqrt{2} - 1| - |1 - \sqrt{2}|$

(γ)  $|-1| + |0|$

Η απόλυτη τιμή αρνητικού αριθμού είναι ο αντίθετος του.  
Αν  $\alpha < 0$ , τότε  $|\alpha| = -\alpha$

2. Αν  $\alpha \in \mathbb{R}$ , να γράψετε τις παρακάτω παραστάσεις χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής.

(α)  $|\alpha^2 + 2\alpha + 1|$

(β)  $|- \alpha^2 - 1|$

Για κάθε  $\alpha \in \mathbb{R}$ , ισχύει:  
 $|\alpha| = |-\alpha| \geq 0$

Για κάθε  $\alpha \in \mathbb{R}$ , ισχύει:  
 $|\alpha^2| = \alpha^2$

3. Αν  $-1 < x < 4$ , να γράψετε χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής την παράσταση

$$A = |x - 4| + |x + 1| - |x - 5|.$$

4. Για τις διάφορες τιμές του πραγματικού  $x$ , να γραφεί χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής η παράσταση:

(α)  $|x - 4|$

(β)  $5 + |x + 2|$

(γ)  $||x| - x|$

Για κάθε  $\alpha \in \mathbb{R}$ , ισχύει:  
 $|\alpha| \geq \alpha$   
και  
 $|\alpha| \geq -\alpha.$

Αν  $\beta \neq 0$ , τότε:  
 $\left| \frac{\alpha}{\beta} \right| = \frac{|\alpha|}{|\beta|}.$

5. Αν  $x < 2$ , να απλοποιήσετε την παράσταση

$$A = |3x - 6| + |10 - 5x|.$$

$|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$   
 $|\alpha + \beta| \leq$   
 $|\alpha| + |\beta|$

6. Να βρείτε, αν υπάρχουν, του πραγματικούς αριθμούς  $x$  για τους οποίους ισχύει:

(α)  $|x| = 7$

(γ)  $|x| + 6 = 0$

(ε)  $|x - 3| = |2x - 1|$

(β)  $|x - 1| - 6 = 0$

(δ)  $|x - 3| - 1 = 0$

(ς)  $|x - 5| - |1 + 2x| = 0$

Αν  $\theta < 0$ , τότε  $|x| = \theta$ , αδύνατη.

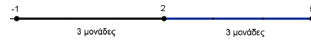
Αν  $\theta > 0$ , τότε  $|x| = \theta \Leftrightarrow x = \theta$   
ή  $x = -\theta$ .  
 $|x| = |\alpha| \Leftrightarrow x = \alpha$  ή  $x = -\alpha$

7. Η ανίσωση  $|x - 2| < 3$  σημαίνει:

“ποιοι είναι οι αριθμοί που απέχουν από το 2 απόσταση μικρότερη του 3.”

Δηλαδή:

$$|x - 2| < 3 \Leftrightarrow d(x, 2) < 3 \Leftrightarrow x \in (-1, 5)$$



Με τη βοήθεια του παραπάνω να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα.

Απόσταση των  
αριθμών  $\alpha$  και  $\beta$ :

$$d(\alpha, \beta) = |\alpha - \beta|.$$

Ισχύει ότι:

$$d(\alpha, \beta) = d(\beta, \alpha)$$

Απόλυτη Τιμή	Απόσταση	Διάστημα ή Ένωση Διαστημάτων
$ x  < 4$		
	$d(x, 5) > 2$	
	$d(x, -1) \leq 2$	
$ x + 2  \geq 1$		

8. Για τους πραγματικούς αριθμούς  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  ισχύει ότι:

$$|\alpha - 2| < 1 \text{ και } |\beta - 3| < 2.$$

(α) Να αποδείξετε ότι  $1 < \alpha < 3$ .

(β) Να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκεται ο  $\beta$ .

(γ) Να βρεθεί μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκεται η παράσταση  $2\alpha - 2\beta$ .

(δ) Να βρεθεί μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκεται η παράσταση  $\frac{\alpha}{\beta}$

Αν  $\theta > 0$ , τότε:

$$|x| < \theta \Leftrightarrow -\theta < x < \theta$$

Αν  $\theta > 0$ , τότε:

$$|x| > \theta \Leftrightarrow x < -\theta \text{ ή } x > \theta.$$

(Τράπεζα θεμάτων)

9. Δίνονται τα σημεία Α, Β και Μ που παριστάνουν στον άξονα των πραγματικών αριθμών τους αριθμούς  $-2, 7$  και  $x$  αντίστοιχα, με  $-2 < x < 7$ .

(α) Να διατυπώσετε τη γεωμετρική ερμηνεία των παραστάσεων:

i.  $|x + 2|$

ii.  $|x - 7|$

(β) Με τη βοήθεια του άξονα να δώσετε τη γεωμετρική ερμηνεία του αθροίσματος  $|x + 2| + |x - 7|$ .

(γ) Να βρείτε την τιμή της παράστασης  $A = |x + 2| + |x - 7|$  γεωμετρικά.

(δ) Να επιβεβαιώσετε αλγεβρικά το προηγούμενο συμπέρασμα.

(Τράπεζα θεμάτων)

“Τα Μαθηματικά είναι ένα παιχνίδι που παίζεται σύμφωνα με κάποιους απλούς κανόνες, με σύμβολα που έχουν νόημα, πάνω σε ένα χαρτί.”

David Hilbert, 1862-1943, Γερμανός μαθηματικός.