

Παράλληλες Ευθείες

8ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπίης

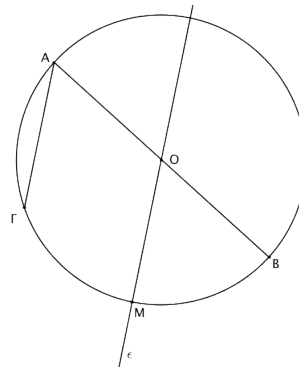
1. Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) φέρουμε το ύψος AD και μια ευθεία ϵ παράλληλη προς την $B\Gamma$, που τέμνει τις πλευρές AB και $A\Gamma$ στα σημεία E και Z αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

- (α') Το τρίγωνο AEZ είναι ισοσκελές.
 (β') Τα τρίγωνα AED και AZD είναι ίσα.

Αν δύο παράλληλες ευθείες τέμνονται από τρίτη, σχηματίζουν: τις εντός εναλλάξ γωνίες ίσες, τις εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες ίσες, τις εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες παραπληρωματικές. (Πρόταση I-Πόρισμα, σελίδα 82)

(Γράπεζα θεμάτων)

2. Δίνεται κύκλος κέντρου O , μια διάμετρος του AB και μια χορδή $A\Gamma$. Η παράλληλη ευθεία ϵ προς την $A\Gamma$ που διέρχεται από το κέντρο O τέμνει το τόξο $\widehat{B\Gamma}$ στο σημείο M . Να αποδείξετε ότι το M είναι το μέσο του τόξου $\widehat{B\Gamma}$.



3. Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ και $A\Delta$ διχοτόμος του. Από το σημείο Δ φέρουμε παράλληλη ευθεία στην AB που τέμνει την $A\Gamma$ στο E . Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ADE είναι ισοσκελές.

4. Στο παρακάτω σχήμα οι ημιευθείες Ax και Ey είναι παράλληλες. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας \widehat{AGE} .

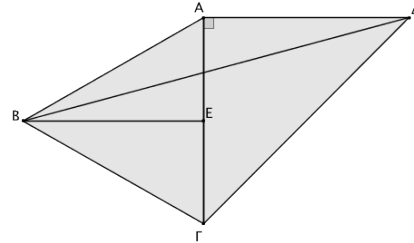


5. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και οι διχοτόμοι $B\Delta$ και ΓE των γωνιών \widehat{B} και $\widehat{\Gamma}$. Από το σημείο A φέρουμε ευθεία $x'Ax \parallel B\Gamma$, που τέμνει τις προεκτάσεις των ΓE και $B\Delta$ αντίστοιχα στα σημεία Z και H . Να αποδείξετε ότι $ZH = AB + A\Gamma$.

Αν δύο διαφορετικές ευθείες είναι παράλληλες προς μία τρίτη ευθεία, τότε είναι και μεταξύ τους παράλληλες. (Πρόταση II, σελίδα 82)

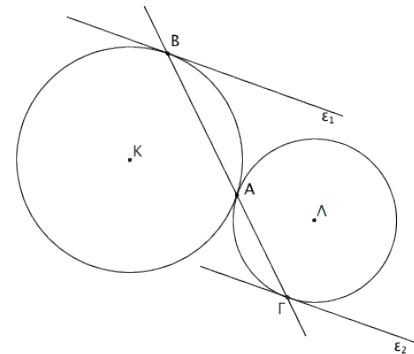
6. Δίνεται το ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ και η διχοτόμος του BE . Εξωτερικά του τριγώνου $AB\Gamma$ κατασκευάζουμε το ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο $A\Gamma\Delta$ με υποκείμενη τη $\Gamma\Delta$ έτσι, ώστε τα σημεία B και Δ να βρίσκονται εκατέρωθεν της ευθείας $A\Gamma$. Να αποδείξετε ότι:

- (α) $BE \parallel A\Delta$,
- (β) οι γωνίες $\widehat{E\Delta B}$ και $\widehat{A\Delta B}$ είναι ίσες,
- (γ) το τρίγωνο $BA\Delta$ είναι ισοσκελές,
- (δ) η $B\Delta$ διχοτομεί τη γωνία $\widehat{E\Delta A}$.



Δύο ευθείες κάθετες στην ίδια ευθεία, σε διαφορετικά σημεία της, είναι μεταξύ τους παράλληλες.
(Πόρισμα II, σελίδα 81)

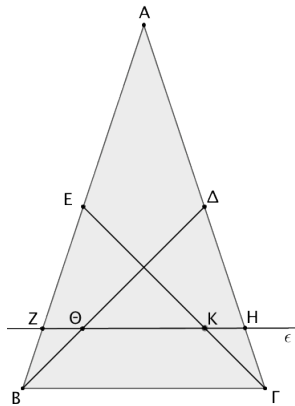
7. Οι κύκλοι (K, R) και (Λ, ρ) εφάπτονται στο σημείο A . Μια ευθεία διέρχεται από το A και τέμνει τους δύο κύκλους στα σημεία B και Γ . Να αποδείξετε ότι οι εφαπτομένες ϵ_1 και ϵ_2 των κύκλων στα σημεία B και A αντίστοιχα, είναι παράλληλες.



Αν δύο ευθείες τεμνόμενες από τρίτη σχηματίζουν δύο εντός, εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες ίσες ή δύο εντός και επί τα αυτά μέρη παραπληρωματικές, τότε είναι παράλληλες.
(Πόρισμα I, σελίδα 81)

8. Στο ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) φέρουμε τις διαμέσους $B\Delta$ και ΓE . Μία ευθεία ϵ παράλληλη στη βάση $B\Gamma$ τέμνει τις πλευρές AB και $A\Gamma$ στα Z και H αντίστοιχα και τις διαμέσους $B\Delta$ και ΓE στα σημεία Θ και K αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

- (α) $BZ = \Gamma H$.
- (β) Τα τρίγωνα $ZB\Theta$ και $H\Gamma K$ είναι ίσα.
- (γ) $ZK = H\Theta$.



(Τράπεζα θεμάτων)

9. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και οι διάμεσοι του BM και ΓN . Προεκτείνουμε τη BM κατά τμήμα $M\Delta = BM$ και τη ΓN κατά τμήμα $NE = \Gamma N$. Να αποδείξετε ότι:

- (α) $A\Delta \parallel B\Gamma$,
- (β) $AE \parallel B\Gamma$,
- (γ) E, A και Δ είναι συνευθειακά.

“Φτασμένες οι προλήψεις σε μια καθαρότητα μαθηματική, μας οδηγούν στη βαθύτερη γνώση του κόσμου.”

Οδυσσέας Ελύτης, 1911 – 1996, Έλληνας ποιητής.

Αν δύο ευθείες τεμνόμενες από τρίτη σχηματίζουν δύο εντός εναλλάξ γωνίες ίσες, τότε είναι παράλληλες.
(Θεώρημα, σελίδα 80).

Από σημείο εκτός ευθείας άγεται μία μόνο παράλληλη προς αυτή.
(Αίτημα παραλληλότητας)