Η Εξίσωση 1ου Βαθμού

7ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσίπης

1. Δίνεται η εξίσωση $(\lambda+3)\mathrm{x}=\lambda^2-9$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

   (α΄) Να λύσετε την παραπάνω εξίσωση όταν:

   i. $\lambda=3$ ii. $\lambda=-3$

   Για την εξίσωση $\alpha\mathrm{x}+\beta=0$, ισχύει ότι: Αν $\alpha\neq 0$, έχει μοναδική λύση την $\mathrm{x}=-\frac{\beta}{\alpha}$. Αν $\alpha=0$ και $\beta=0$, είναι ταυτότητα. Αν $\alpha=0$ και $\beta\neq 0$, είναι αδύνατη.

   (β΄) Να βρείτε τις τιμές του λ, για τις οποίες η εξίσωση έχει μοναδική λύση και να προσδιορίσετε τη λύση αυτή.

2. Δίνεται η εξίσωση $(\lambda-2)\mathrm{x}=\lambda+1$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

   (α΄) Να λύσετε την παραπάνω εξίσωση όταν:

   i. $\lambda=5$ ii. $\lambda=-4$ iii. $\lambda=-1$ iv. $\lambda=\frac{5}{2}$

   (β΄) Να βρείτε την τιμή του πραγματικού αριθμού λ, ώστε το $\mathrm{x}=4$ να είναι λύση της εξίσωσης.

   (γ΄) Να βρείτε την τιμή του πραγματικού αριθμού λ, ώστε η εξίσωση να είναι αδύνατη.

   (δ΄) Υπάρχει τιμή του πραγματικού αριθμού λ, ώστε η εξίσωση να είναι ταυτότητα;

   (ε΄) Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού λ, για τις οποίες η εξίσωση έχει μοναδική λύση και να προσδιορίσετε τη λύση αυτή.

3. Να λύσετε τις εξισώσεις:

   $\alpha\cdot\beta=0 \Leftrightarrow \alpha=0$ ή $\beta=0$

   (α΄) $\mathrm{x}^2-\mathrm{x}=0$ (γ΄) $(\mathrm{x}-1)^2-(\mathrm{x}-1)=0$

   (β΄) $3\mathrm{x}^2=6\mathrm{x}$ (δ΄) $(\mathrm{x}-5)^2-(5-\mathrm{x})(\mathrm{x}+3)=0$

4. Να λυθεί η εξίσωση $\frac{\mathrm{x}-1}{\mathrm{x}}-\frac{2}{\mathrm{x}+1}=\frac{\mathrm{x}-1}{\mathrm{x}^2+\mathrm{x}}$

   Παραγοντοποιούμε τους παρανομαστές. ....

   ....

Προσδιορίζουμε τις τιμές του αγνώστου x για τις οποίες οι παρανομαστές είναι διαφορετικοί του μηδενός.

....

....

Πολλαπλασιάζουμε και τα δύο μέλη της εξίσωσης με το ΕΚΠ των παρανομαστών.

....

Κάνουμε απαλοιφή παρανομαστών και επιλύουμε την εξίσωση που προκύπτει.

....

....

....

....

Από τις λύσεις που βρήκαμε απορρίπτουμε εκείνες που δεν ικανοποιούν τους περιορισμούς.

....

5. Να λυθούν οι εξισώσεις:

Αν $\theta > 0$, τότε: $|x| = \theta \Leftrightarrow x = \theta$ ή $x = -\theta$.

(α΄) $|x| - 4 = 0$

....

....

Αν $\theta < 0$, τότε: $|x| = \theta$ είναι αδύνατη.

(β΄) $|x| + 3 = 0$

....

....

$|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

(γ΄) $2 - 4|x| = 2$

....

....

....

$|\alpha| = |\beta| \Leftrightarrow \alpha = \beta$ ή $\alpha = -\beta$.

(δ΄) $|2x - 1| = |x + 3|$

....

....

....

....

$|-\alpha| = |\alpha|$

$|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$

$\left|\dfrac{\alpha}{\beta}\right| = \dfrac{|\alpha|}{|\beta|}, \beta \neq 0$

(ε΄) $|-x| + |3x| - 4\left|\dfrac{x}{2}\right| = 0$

....

....

....

....

$|\alpha - \beta| = |\beta - \alpha|$

(ϛ΄) $\dfrac{|3x - 6| + 1}{4} - \dfrac{|2 - x| - 1}{2} = 1$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Για να έχει λύση μια εξίσωση της μορφής $|\alpha(x)| = \beta(x)$, επειδή το 1ο μέλος είναι μη αρνητικό, πρέπει και το 2ο μέλος να είναι μη αρνητικό. Άρα, πρέπει $\beta(x) \geq 0$.

(ζ΄) $|x - 1| = 2x - 5$.

....

....

....

....

....

....

....

....

¨Τα Μαθηματικά γεννήθηκαν, δεν κατασκευάστηκαν.¨
Henri Poincare, 1854-1912, Γάλλος μαθηματικός.