

**Η Έννοια της Παραγώγου**  
**Παραγωγίσιμες Συναρτήσεις-Παράγωγος Συνάρτησης**  
**Κανόνες Παραγώγισης**  
 Ολιγόλεπτη γραπτή δοκιμασία

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπης

Όνοματεπώνυμο: .....

Βαθμός: .....

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ . Να αποδείξετε ότι η  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $(0, +\infty)$  και ισχύει  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ , για κάθε  $x \in (0, +\infty)$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Μονάδες 14

**A2.** Πότε λέμε ότι μια συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη σε ένα κλειστό διάστημα  $[\alpha, \beta]$  του πεδίου ορισμού της;

.....

.....

.....

.....

Μονάδες 15

**A3.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

- i. Κάθε συνάρτηση  $f$  που είναι συνεχής στο  $x_0$ , είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό.
- ii. Για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  ισχύει ότι  $(\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x$ .

- iii. Για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  ισχύει ότι  $(3^x)' = x \cdot 3^{x-1}$ .
- iv. Για δύο οποιεσδήποτε συναρτήσεις  $f$  και  $g$  παραγωγίσιμες στο  $x_0$ , ισχύει:  $(f \cdot g)'(x_0) = f'(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'(x_0)$ .
- v. Ισχύει ότι  $(\sigma\phi x)' = -\frac{1}{\eta\mu^2 x}$ , για κάθε  $x \in \mathbb{R} - \{x \mid \eta\mu x = 0\}$ .
- vi. Για κάθε  $x < 0$  ισχύει ότι  $(\ln |x|)' = -\frac{1}{x}$ .
- vii. Για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  ισχύει ότι  $(\eta\mu x^2)' = \sigma\upsilon\nu 2x$ .
- viii. Ισχύει ότι  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x - 1} = 1$ .
- ix. Υπάρχουν σημεία της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f(x) = x^3 + x$  στα οποία η εφαπτομένη της είναι παράλληλη στον άξονα  $x'x$ .

Μονάδες 36

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπους

$$f(x) = e^x \text{ και } g(x) = -x^2 - x.$$

**B1.** Να αποδείξετε ότι η μοναδική εφαπτομένη της  $C_f$  που διέρχεται από το σημείο  $M(-1, 0)$  είναι η ευθεία  $\epsilon : y = x + 1$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Μονάδες 15

**B2.** Να αποδείξετε ότι η ευθεία ( $\epsilon$ ) του ερωτήματος B1 εφάπτεται και στη  $C_g$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Μονάδες 20

*Σας εύχομαι επιτυχία!*

*“Φτασμένες οι προλήψεις σε μια καθαρότητα μαθηματική, μας οδηγούν στη βαθύτερη γνώση του κόσμου.”*

Οδυσσέας Ελύτης, 1911 – 1996, Έλληνας ποιητής.