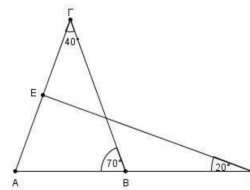


# Άθροισμα Γωνιών Τριγώνου Γωνίες με Πλευρές Κάθετες Άθροισμα Γωνιών Κυρτού ν-γώνου

## 10ο Φύλλο Εργασίας

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπίης

1. Στο διπλανό σχήμα, να αποδείξετε ότι:

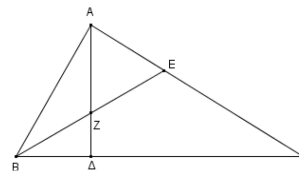


- (α) το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ισοσκελές,  
(β) η γωνία  $\widehat{A\hat{E}\Delta}$  είναι ορθή.

(Τράπεζα θεμάτων)

2. Σε τρίγωνο  $AB\Gamma$  ισχύουν  $\widehat{A} + \widehat{\Gamma} = 2\widehat{B}$  και  $\widehat{A} = 3\widehat{\Gamma}$ .

- (α) Να αποδείξετε ότι η γωνία  $\widehat{B}$  είναι  $60^\circ$ .  
(β) Αν το ύψος  $A\Delta$  και η διχοτόμος του  $BE$  τέμνονται στο σημείο  $Z$ , να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $AZE$  είναι ισόπλευρο.

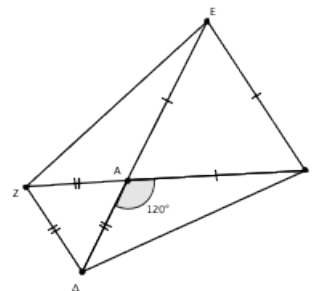


(Τράπεζα θεμάτων)

3. Έστω τρίγωνο  $AB\Delta$  με  $\widehat{A} = 120^\circ$ . Εξωτερικά του τριγώνου κατασκευάζουμε τα ισόπλευρα τρίγωνα  $AEB$  και  $AZ\Delta$ .

Να αποδείξετε ότι:

- (α) Τα τρίγωνα  $AEZ$  και  $AB\Delta$  είναι ίσα,  
(β) Το τμήμα  $\Delta Z$  είναι παράλληλο στο  $BE$ .



(Τράπεζα θεμάτων)

4. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $\widehat{A} = 90^\circ$ ) και  $A\Delta$  η διχοτόμος του. Από το σημείο  $\Delta$  φέρουμε την παράλληλη προς την  $AB$  που τέμνει την  $A\Gamma$  στο  $E$ .

- (α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $E\Delta\Gamma$  είναι ορθογώνιο.  
(β) Να υπολογίσετε τη γωνία  $\widehat{A\hat{\Delta}E}$ .  
(γ) Αν η γωνία  $\widehat{B}$  είναι 20 μοίρες μεγαλύτερη της γωνίας  $\widehat{\Gamma}$ , να υπολογίσετε τη γωνία  $\widehat{E\hat{\Delta}\Gamma}$ .

Το άθροισμα των  
γωνιών κάθε τριγώνου  
είναι δύο ορθές.  
(Θεώρημα, σελίδα 88)

Κάθε γωνία  
ισόπλευρου τριγώνου  
είναι  $60^\circ$ .  
(Πόρισμα, σελίδα 89)

Κάθε εξωτερική γωνία  
 τριγώνου είναι ίση με  
 το άθροισμα των δύο  
 απέναντι εσωτερικών  
 γωνιών του τριγώνου.  
 (Πόρισμα, σελίδα 89)

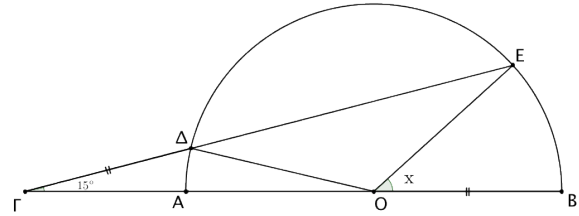
5. Σε τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $\widehat{B} > \widehat{\Gamma}$  φέρουμε το ύψος  $A\Delta$  και τη διχοτόμο  $AE$ . Να αποδείξετε ότι:

(α)  $\Delta\widehat{A}E = 90^\circ - A\widehat{E}\Delta,$

(β)  $A\widehat{E}\Delta = \widehat{\Gamma} + \frac{B\widehat{A}\Gamma}{2}$

(γ)  $\Delta\widehat{A}E = \frac{\widehat{B} - \widehat{\Gamma}}{2}$

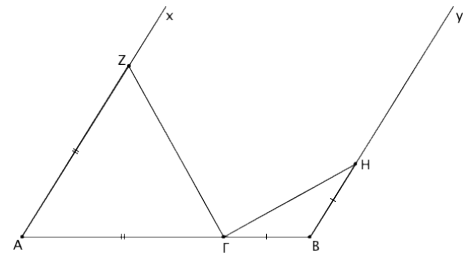
6. Στο ημικύκλιο διαμέτρου  $AB$  προεκτείνουμε την  $AB$  προς το μέρος του  $A$  και παίρνουμε ένα σημείο  $\Gamma$ . Θεωρούμε  $E$  ένα σημείο του ημικυκλίου και έστω  $\Delta$  το σημείο τομής του τμήματος  $\Gamma E$  με το ημικύκλιο. Αν το τμήμα  $\Gamma\Delta$  είναι ίσο με το  $OB$  και η γωνία  $B\widehat{\Gamma}E$  είναι  $15^\circ$ , τότε:



(α) να αποδείξετε ότι  $O\widehat{\Delta}E = 30^\circ,$

(β) να υπολογίσετε τη γωνία  $E\widehat{O}B = x.$

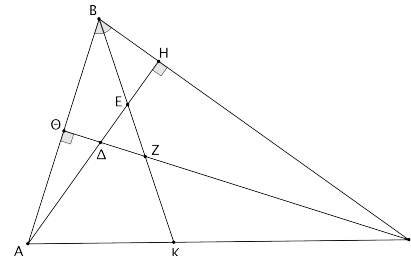
7. Στο διπλανό σχήμα οι ημιευθείες  $Ax$  και  $By$  είναι παράλληλες. Επίσης, ισχύουν:  $A\Gamma = AZ, \Gamma B = BH$  και  $\widehat{A} = 50^\circ.$



(α) Να υπολογίσετε τις γωνίες  $A\widehat{Z}\Gamma$  και  $H\widehat{\Gamma}B.$

(β) Να αποδείξετε ότι  $Z\widehat{\Gamma}H = 90^\circ.$

8. Στο τρίγωνο  $AB\Gamma$  τα ύψη  $AH$  και  $\Gamma\Theta$  τέμνονται στο σημείο  $\Delta$  και η διχοτόμος  $BK$  τέμνει τα δύο ύψη στα σημεία  $E$  και  $Z.$

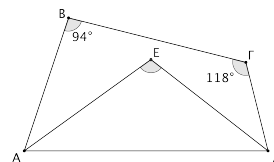


(α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $EZ\Delta$  είναι ισοσκελές.

(β) Αν  $\widehat{B} = 60^\circ,$  να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $EZ\Delta$  είναι ισόπλευρο.

Γωνίες με πλευρές  
 κάθετες, είναι:  
 ίσες αν και οι δύο είναι  
 οξείες ή και οι δύο  
 είναι αμβλείες και  
 είναι  
 παραπληρωματικές αν  
 η μία είναι αμβλεία  
 και η άλλη οξεία.  
 (Θεώρημα, Πόρισμα,  
 σελίδα 89)

9. Οι διχοτόμοι των γωνιών  $\widehat{A}$  και  $\widehat{\Delta}$  του κυρτού τετραπλεύρου  $AB\Gamma\Delta$  τέμνονται στο σημείο  $E.$  Αν  $\widehat{B} = 94^\circ$  και  $\widehat{\Gamma} = 118^\circ,$  να υπολογίσετε τη γωνία  $A\widehat{E}\Delta.$



Οι οξείες γωνίες ενός  
 ορθογώνιου τριγώνου  
 είναι  
 συμπληρωματικές.  
 (Πόρισμα, σελίδα 89)

Το άθροισμα των  
 γωνιών ενός κυρτού  
 ν-γώνου είναι  
 $(2n - 4)$  ορθές.

“Ο μαθηματικός, όπως ένας ζωγράφος ή ένας ποιητής, είναι ένας σχεδιαστής. Αν τα έργα που σχεδιάζει είναι διαχρονικότερα από εκείνων, αυτό οφείλεται στο ότι είναι φτιαγμένα από ιδέες”.

Hardy, Godfrey Harold, 1877 – 1947, Άγγλος μαθηματικός.