

Θεώρημα του Rolle
Θεώρημα Μέσης Τιμής
 Ολιγόλεπτη γραπτή δοκιμασία

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσίπης

Ονοματεπώνυμο:

Βαθμός:

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Να διατυπώσετε το Θεώρημα Μέσης Τιμής του Διαφορικού Λογισμού και να το ερμηνεύσετε γεωμετρικά.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Μονάδες 35

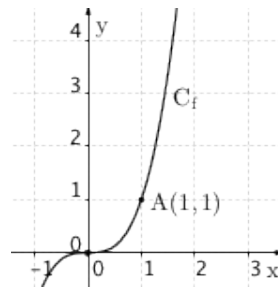
- A2.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

- i. Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$ και παραγωγίσιμη στο (α, β) , ισχύει ότι υπάρχει $\xi \in (\alpha, \beta)$ τέτοιο ώστε η εφαπτομένη της C_f στο $A(\xi, f(\xi))$ να είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$.
- ii. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο κλειστό διάστημα $[\alpha, \beta]$ και παραγωγίσιμη στο ανοικτό διάστημα (α, β) με $f'(x) \neq 0$ για κάθε $x \in (\alpha, \beta)$, τότε $f(\alpha) \neq f(\beta)$.
- iii. Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα κλειστό διάστημα $[\alpha, \beta]$, παραγωγίσιμη στο ανοικτό διάστημα (α, β) με $f(\alpha) < f(\beta)$, τότε υπάρχει εφαπτομένη της C_f που έχει θετική κλίση.
- iv. Αν η συνάρτηση f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ και $f''(x) \neq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, τότε η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει τρεις, τουλάχιστον, πραγματικές ρίζες.

Μονάδες 20

ΘΕΜΑ Β

B1. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.
Θεωρείστε τον ισχυρισμό:
Υπάρχει εφαπτομένη της C_f η οποία σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = \frac{\pi}{4}$.



- α) Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας το γράμμα Α, αν είναι αληθές, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδές.

.....

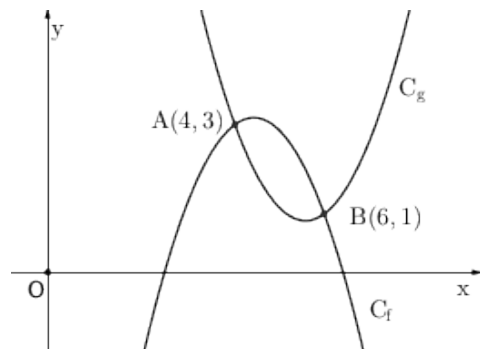
Μονάδες 5

- β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα α).

.....
.....
.....
.....
.....

Μονάδες 25

B2. Στο διπλανό σχήμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις δύο παραγωγίσιμων συναρτήσεων $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, οι οποίες τέμνονται στα σημεία $A(4, 3)$ και $B(6, 1)$.
Να αποδείξετε ότι υπάρχει $\xi \in (4, 6)$ τέτοιο, ώστε οι εφαπτομένες των C_f και C_g στα σημεία $M(\xi, f(\xi))$ και $N(\xi, g(\xi))$ να είναι μεταξύ τους παράλληλες.



.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Μονάδες 15

Σας εύχομαι επιτυχία!