

**Συνέπειες του Θεωρήματος  
της Μέσης Τιμής**  
Ολιγόλεπτη γραπτή δοκιμασία

Καθηγητής: Νικόλαος Δ. Κατσιπίης

Όνοματεπώνυμο: .....

Βαθμός: .....

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Έστω μία συνάρτηση  $f$  ορισμένη σε ένα διάστημα  $\Delta$ . Αν η  $f$  είναι συνεχής στο  $\Delta$  και για κάθε εσωτερικό σημείο  $x$  του  $\Delta$  ισχύει  $f'(x) = 0$ , να αποδείξετε ότι η  $f$  είναι σταθερή σε όλο το διάστημα  $\Delta$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Μονάδες 30

**A2.** Θεωρείστε τον παρακάτω ισχυρισμό:  
Για κάθε συνάρτηση  $f$  η οποία είναι παραγωγίσιμη στο  $\mathbb{R}^*$  με  $f'(x) = 0$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}^*$ , ισχύει ότι η  $f$  είναι σταθερή στο  $\mathbb{R}^*$ .

α) Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας το γράμμα Α, αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδής.

.....

Μονάδες 4

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα α).

.....

.....

.....

.....

Μονάδες 16

**ΘΕΜΑ Β**

**B1.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ).

- i. Για κάθε συνάρτηση  $f$  η οποία είναι συνεχής, γνησίως αύξουσα σ' ένα διάστημα  $\Delta$  και παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του  $\Delta$ , ισχύει ότι  $f'(x) > 0$  για κάθε  $x$  στο εσωτερικό του  $\Delta$ .
- ii. Για όλες τις συναρτήσεις  $f, g$  οι οποίες είναι παραγωγίσιμες στο  $\mathbb{R}$  με  $f'(x) = g'(x)$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ , ισχύει ότι  $f(x) = g(x)$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .
- iii. Η συνάρτηση  $f(x) = \kappa\sigma\upsilon\nu x - \eta\mu x$ ,  $x \in [0, \pi]$  είναι γνησίως φθίνουσα στο  $[0, \pi]$ .
- iv. Αν  $f'(x) = g'(2x)$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ , τότε υπάρχει  $\alpha \in \mathbb{R}$  ώστε

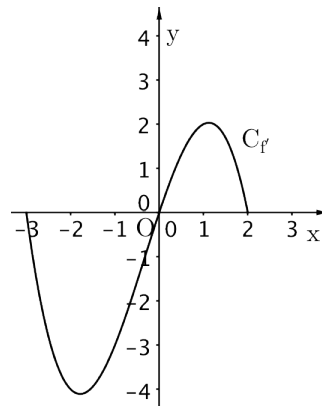
$$2f(x) = g(2x) + \alpha \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

- v. Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $\mathbb{R}$  με  $f'(x) = f(x)$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ , τότε υπάρχει  $c \in \mathbb{R}$  τέτοιο, ώστε

$$f(x) = ce^x, \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

Μονάδες 25

**B2.** Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραγώγου  $f'$  μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης  $f : [-3, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ .  
Να μελετήσετε την συνάρτηση  $f$  ως προς την μονοτονία.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Μονάδες 25

*Σας εύχομαι επιτυχία!*

*“ Αν στις άλλες επιστήμες θέλουμε να καταλήγουμε σε βεβαιότητα χωρίς αμφιβολία, σε αλήθεια χωρίς σφάλμα, πρέπει να θέσουμε τα θεμέλια της γνώσης στα Μαθηματικά. ”*

Bacon, Roger, 1214-1292 , Άγγλος φιλόσοφος.